NUMÉRO SPÉCIAL

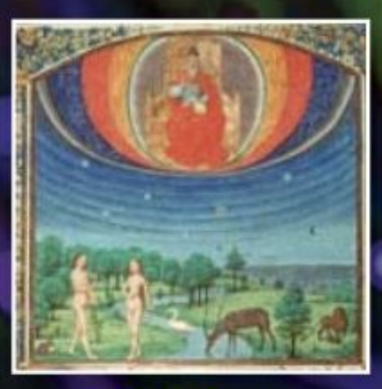
SCIENCES ET AVENIR

LES INDISPENSABLES

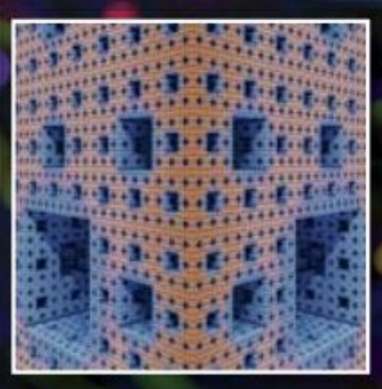
TRINH XUAN THUAN, astrophysicien

« Mes nuits au Mont-Palomar m'ont fait basculer dans l'infiniment grand » p. 6

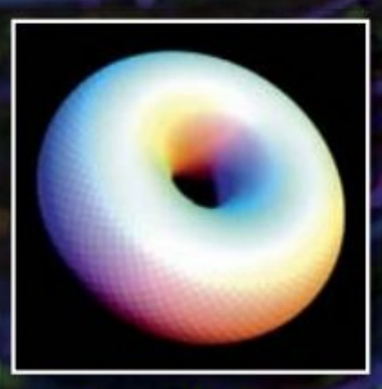
L'INFINI



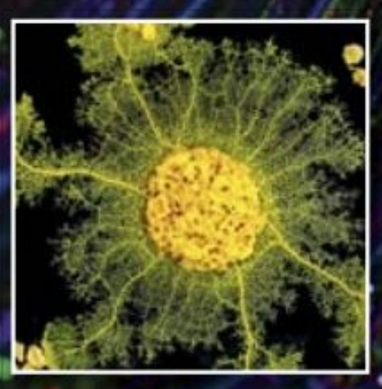
Histoire : une quête de 2500 ans
p. 26



Mathématiques : des infinis plus grands que d'autres
p. 42



Cosmologie : l'Univers aura-t-il une fin ?
p. 16



Biologie : des cellules immortelles
p. 58

NUMÉRO SPÉCIAL 202 JUILLET/SEPTEMBRE 2020 - ALLEMAGNE 8.00 € / BELGIQUE : 6.10€ / GRÈCE : 6.20€ / ESPAGNE : 6.20 € / ITALIE : 6.20 € / DOM: 6.20€ / LUXEMBOURG : 6.10 € / PORTUGAL CONT : 6.20 € / TOM S : 860 XPF / TOM AVION : 1600 XPF / SUISSE : 9.80 CHF / TUNISIE : 10 TND / MAROC : 60 MAD / CANADA : 9.49 $CAD

SHUTTERSTOCK; BRUNO KLEIN / DIVERGENCE ; AKG IMAGES ; SPL ; SPL ; CNRS

L 13667 - 202 - F: 5,90 € - RD

Vous avez le sens de l'étiquette.

Chaussures détente
Doublure cuir

89€
Prix Unique

69€ la 2ème paire au choix

Bien sûr, vous avez bon goût. Le bon goût de ne jamais faire de faute de goût quelle que soit l'occasion. Et pour ne jamais commettre d'impair vous choisissez Bexley et ses modèles assurément dans les bons codes de l'élégance, de ce qui fait l'étiquette dans toutes sociétés. Mais là où vous excellez en matière de bon goût, c'est que vous avez l'intelligence de ne pas y laisser votre chemise, de mettre le bon prix, le prix de l'exigence, de l'excellence des matières, des savoir-faire français et c'est aussi ça, avoir le sens de l'étiquette.

Nos boutiques

#lesensdeletiquette | Bexley.com

AIX-EN-PROVENCE I ANNECY I BORDEAUX I PARLY 2 - LE CHESNAY I LILLE I LYON 1ER I LYON 2ÈME I LYON 6ÈME I MARSEILLE I NANTES I NICE I PARIS 4ÈME - HENRI IV I PARIS 6ÈME - SAINT GERMAIN I PARIS 7ÈME - RASPAIL I PARIS 8ÈME - CHAUVEAU LAGARDE I PARIS 8ÈME - CHAMPS ÉLYSÉES I

Sommaire

JEAN-FRANCOIS COLONNA (CMAP/ECOLE POLYTECHNIQUE, WWW.LACTAMME.POLYTECHNIQUE.FR)

L'aiguillon perpétuel des mathématiciens
P. 46

RUE DES ARCHIVES / RDA / BRIDGEMAN IMAGES

Henrietta Lacks, star des labos malgré elle P. 62

DETLEV VAN RAVENSWAAY / SCIENCE PICTURE LIBRARY

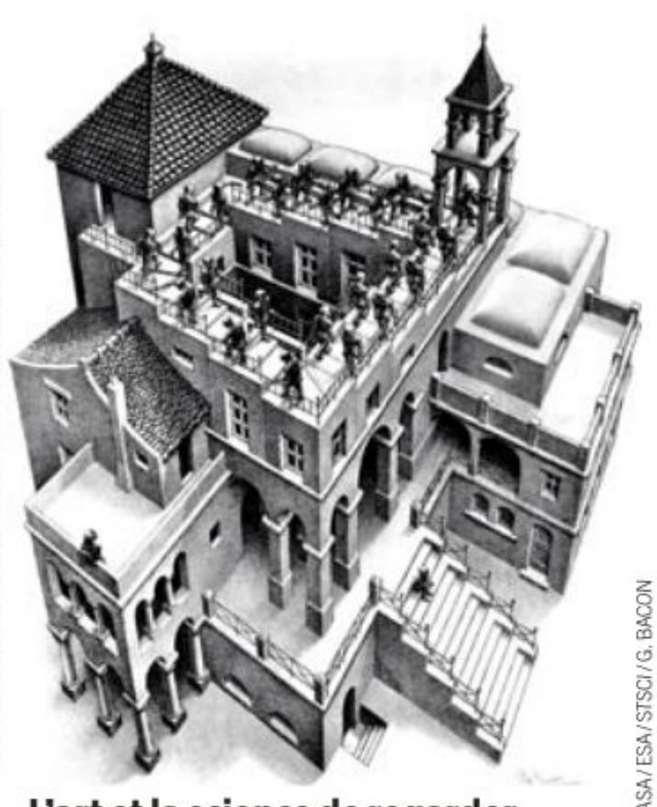
L'angoisse des possibles P. 22

GIROSCIENCE/SCIENCE PHOTO LIBRARY

L'Univers, à la limite... P. 12

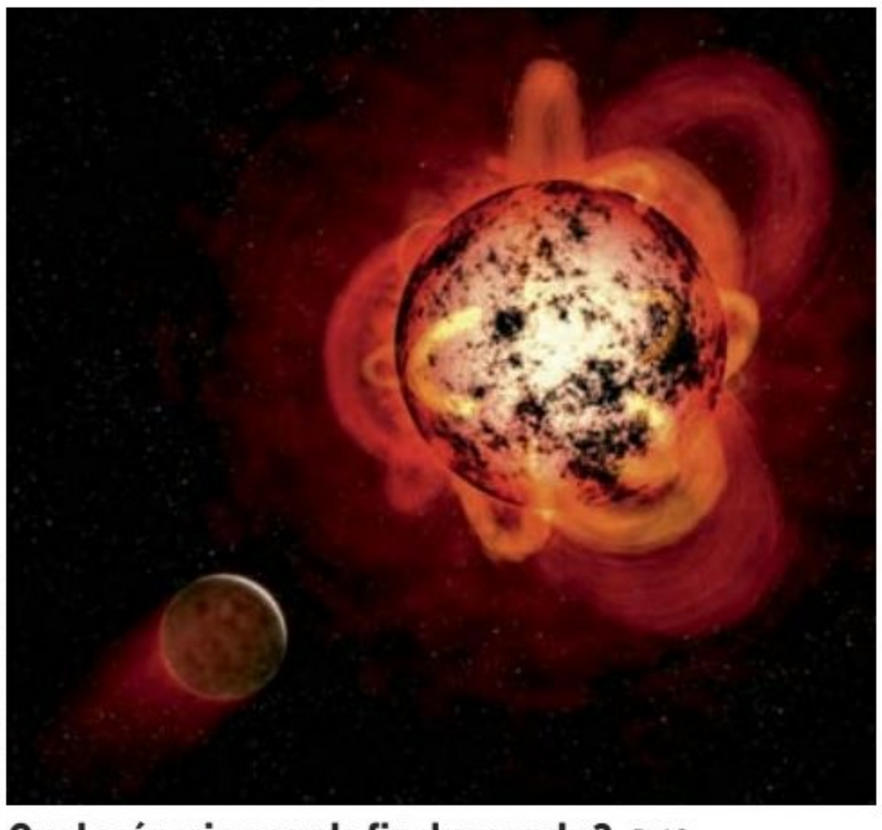
GETTY IMAGES

Des infinis multiples et de taille différente
P. 42



M.C. ESCHER'S "ASCENDING AND DESCENDING" © 2020 THE M.C. ESCHER COMPANY-THE NETHERLANDS. ALL RIGHTS RESERVED. WWW.MCESCHER.COM

L'art et la science de regarder le monde autrement P. 74



NASA / ESA / STSCI / G. BACON

Quel scénario pour la fin du monde ? P. 16

5 **Édito**

6 RENCONTRE
Trinh Xuan Thuan
« Mes premières nuits à Palomar m'ont fait basculer dans l'infiniment grand »

10 L'INFINI DU COSMOS
12 L'Univers, à la limite...
16 Quel scénario pour la fin du monde ?
18 L'intelligence artificielle à la conquête des deux infinis
20 Toutes les mesures du monde
22 L'angoisse des possibles

24 L'INFINI AU PASSÉ
26 Deux mille cinq cents ans pour approcher l'inconcevable
32 Et Planck conjura la catastrophe ultraviolette
34 **INTERVIEW Michel Blay**
« Le XVIIe siècle, un tournant dans l'histoire des sciences »
36 Variations orientales sur l'immensité du monde

40 L'INFINI MATHÉMATIQUE
42 Des infinis multiples et de taille différente
46 L'aiguillon perpétuel des mathématiciens
50 **INTERVIEW Stanislas Dehaene**
« La plasticité de notre cerveau, immense mais pas illimitée »

52 CAHIER JEUX
Énigmes et mots croisés

56 UNE VIE INFINIE ?
58 Ces créatures immortelles... ou presque
62 Henrietta Lacks, star des labos malgré elle
64 **INTERVIEW Jean-Michel Besnier**
« Nous avons besoin de l'infini pour nous donner un sens »
66 Apprentis-sorciers en quête de vie éternelle
69 **INTERVIEW Alexandre Moatti**
« Les transhumanistes croient réellement en la puissance infinie de l'homme »

70 L'INFINI DE L'ART
72 De Bach à la techno, quand la musique tourne en boucles
74 Perspective : l'art et la science de regarder le monde autrement
76 Babel ou la bibliothèque infinie
78 La caméra explore l'espace-temps
81 **INTERVIEW Natacha Vas-Deyres**
« La SF met en scène les découvertes de la science et leur impact »

82 SOLUTIONS DES JEUX

ROCCO

MYSTÉRIEUSE BIRMANIE

Mandalay, golfe du Bengale, temples de Bagan... il y a des noms qui font instantanément rêver. Sans même évoquer la vallée des rubis, célèbre titre de Joseph Kessel, aussi bien journaliste qu'aventurier qui raconta les richesses de Mogok, ville toute empreinte de légendes.

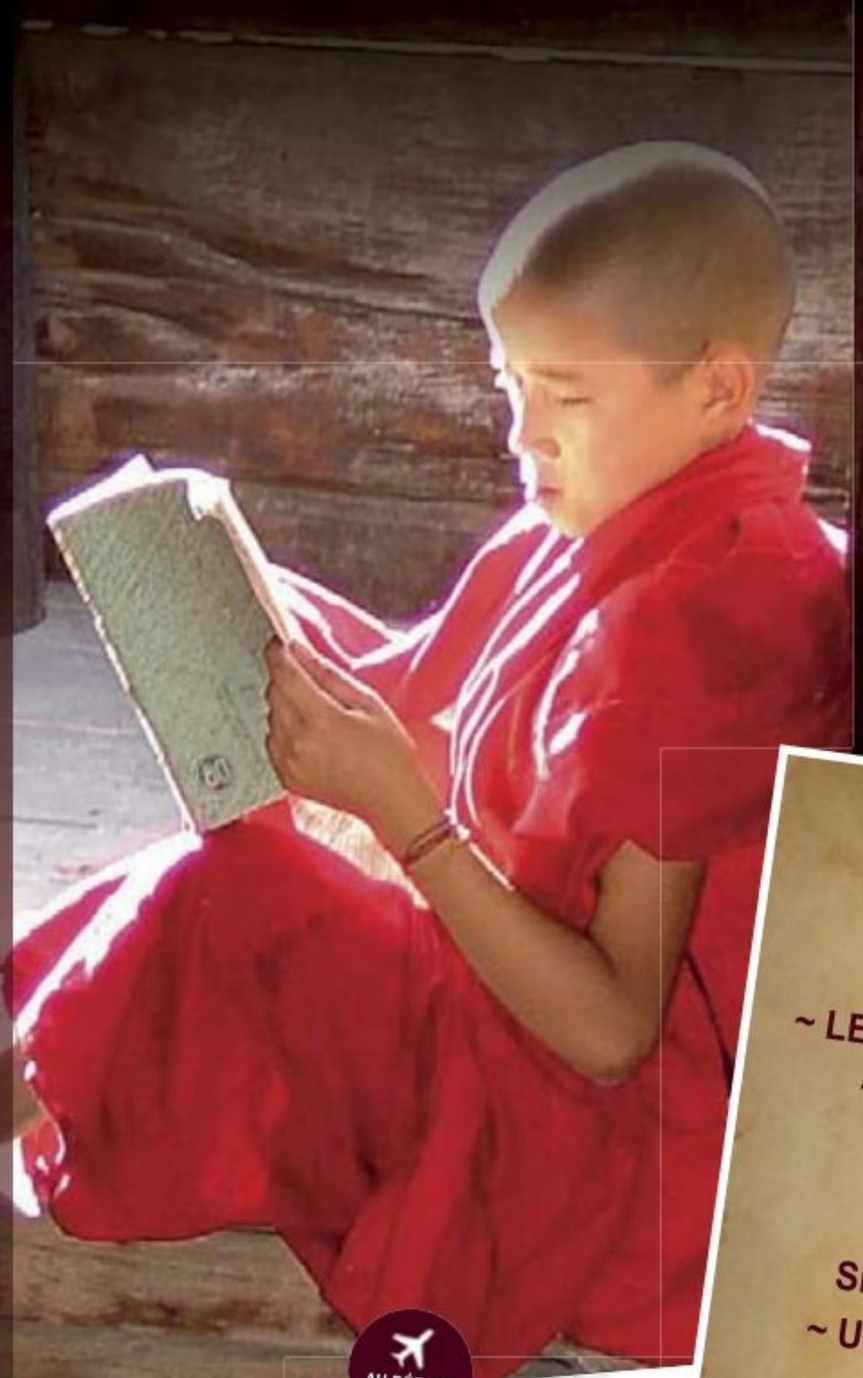
Le voyage proposé aujourd'hui au Myanmar par Sciences et Avenir invite à la découverte de ce pays mieux connu de beaucoup sous le nom de Birmanie, qui paraît toujours aussi mystérieux.

Parce qu'il est synonyme de pierres précieuses - aussi bien saphirs que rubis ! - de jade et autres pierres fines, il nous fallait, pour le décrypter, un spécialiste incontestable du domaine. Ce sera le cas, avec Didier Giard, membre de l'Académie des Sciences d'Outre-Mer et Président de l'Association Française de Gemmologie, fin connaisseur de géopolitique, qui replacera pour nous l'importance du pays dans l'Asean (association des nations de l'Asie du sud-est) et sur les nouvelles routes de la Soie. Ce sont à la fois la découverte de sites somptueux et la compréhension du monde d'aujourd'hui qui vous sont proposées. Un merveilleux voyage en perspective.

Dr Dominique LEGLU
Directrice de la rédaction de Sciences et Avenir

AVEC VOUS À BORD !
DIDIER GIARD
Conférencier

Didier Giard est membre titulaire de l'Académie des Sciences d'Outre-Mer où il occupe le siège de l'ancien ambassadeur André Lewin et est membre de la prestigieuse Société des Explorateurs Français crée en 1937 par Paul-Emile Victor.

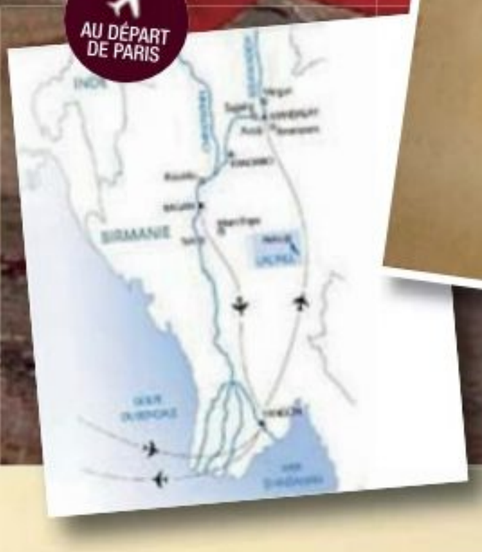


LES EXPÉDITIONS
SCIENCES ET AVENIR

CROISIÈRE EN BIRMANIE

FESTIVAL DU PHAUNG DAW OO AU LAC INLE

14 JOURS / 11 NUITS
DU 14 AU 27 OCT. 2020
A BORD DU PANDAW II



LES POINTS FORTS

~ UN CONFÉRENCIER DE TRÈS HAUT NIVEAU SPÉCIALISTE DE LA BIRMANIE.
~ LES VISITES DES PLUS BEAUX SITES DE LA BIRMANIE.
~ UNE DES MEILLEURES PÉRIODES DE L'ANNÉE.
~ LE GRAND MOMENT DE VOTRE CROISIÈRE, LE FESTIVAL DES BATEAUX PAGODES SUR LE LAC INLE, C'EST L'UN DES PLUS BEAUX SPECTACLES AQUATIQUES D'ASIE DU SUD-EST.
~ UN PETIT PAQUEBOT CONVIVIAL DE 20 CABINES POUR 40 PRIVILÉGIÉS.
~ UN TOUT COMPRIS BLEU VOYAGES (excursions, boissons à table, etc...).
~ UN ACCOMPAGNEMENT FRANCOPHONE.

À PARTIR DE
3 700 €/PERS.
Au départ de Paris - En tout inclus

RENSEIGNEMENTS ET RÉSERVATIONS :
BLEU VOYAGES
213 rue de Gerland - Bat 2 - 69007 LYON
TÉL. 04 72 76 75 66
www.expeditions-sciencesetavenir.fr

Bleu Voyages

Neige et Soleil Voyages SAS au capital de 396 800 • RC Bourgoin Jallieu B 398 629 766 • Code APE 7911 Z • Immatriculation Atout France 038110038 • Agence garantie par l'APST • 15 Avenue Carnot - 75017 Paris • Agence assurée pour sa responsabilité civile et professionnelle

Édito

NUMÉRO SPÉCIAL
SCIENCES ET AVENIR

41 bis, avenue Bosquet 75007 Paris
Tél. : 01.55.35.56.00.
Fax : 01.55.35.56.04.
redaction@sciencesetavenir.fr

Directrice de la rédaction
Dominique LEGLU 56.02
Rédaction en chef Vincent REA 56.35
avec Florence LEROY 56.36
Directrice artistique Thalia STANLEY 56.21
Photo-iconographie Andreina DE BEI
(rédactrice en chef adjointe) 56.31
Isabelle TIRANT 56.32
Documentation Astrid SAINT AUGUSTE 56.48
Collaborateurs
Azar KHALATBARI, Olivier LASCAR, Elena SENDER
Ont collaboré à ce numéro
Jacques-Olivier BARUCH, Mehdi BENYEZZAR, Sylvie BRIET, Yann CHAVANCE, Sophie CREUSILLET, René CUILLIERIER, Denis DELBECQ, Kamil FADEL, François FOLLIET, Nicolas GUTIERREZ C., Jean-François HAÏT, Sylvie LECHERBONNIER, Roger MANSUY, Fabrice NICOT, Philippe PAJOT, Éliane PATRIARCA, ROCCO, Pierre VANDEGINSTE
Pour joindre la rédaction
01 55 35 56 00 – redaction@sciencesetavenir.fr
Courrier des lecteurs
courrier-lecteurs@sciencesetavenir.fr
Informatique Daniel de la REBERDIÈRE 56.06
Comptabilité Mélanie BENKHEDIMI 56.14
Assistante de direction Valérie PELLETIER 56.01

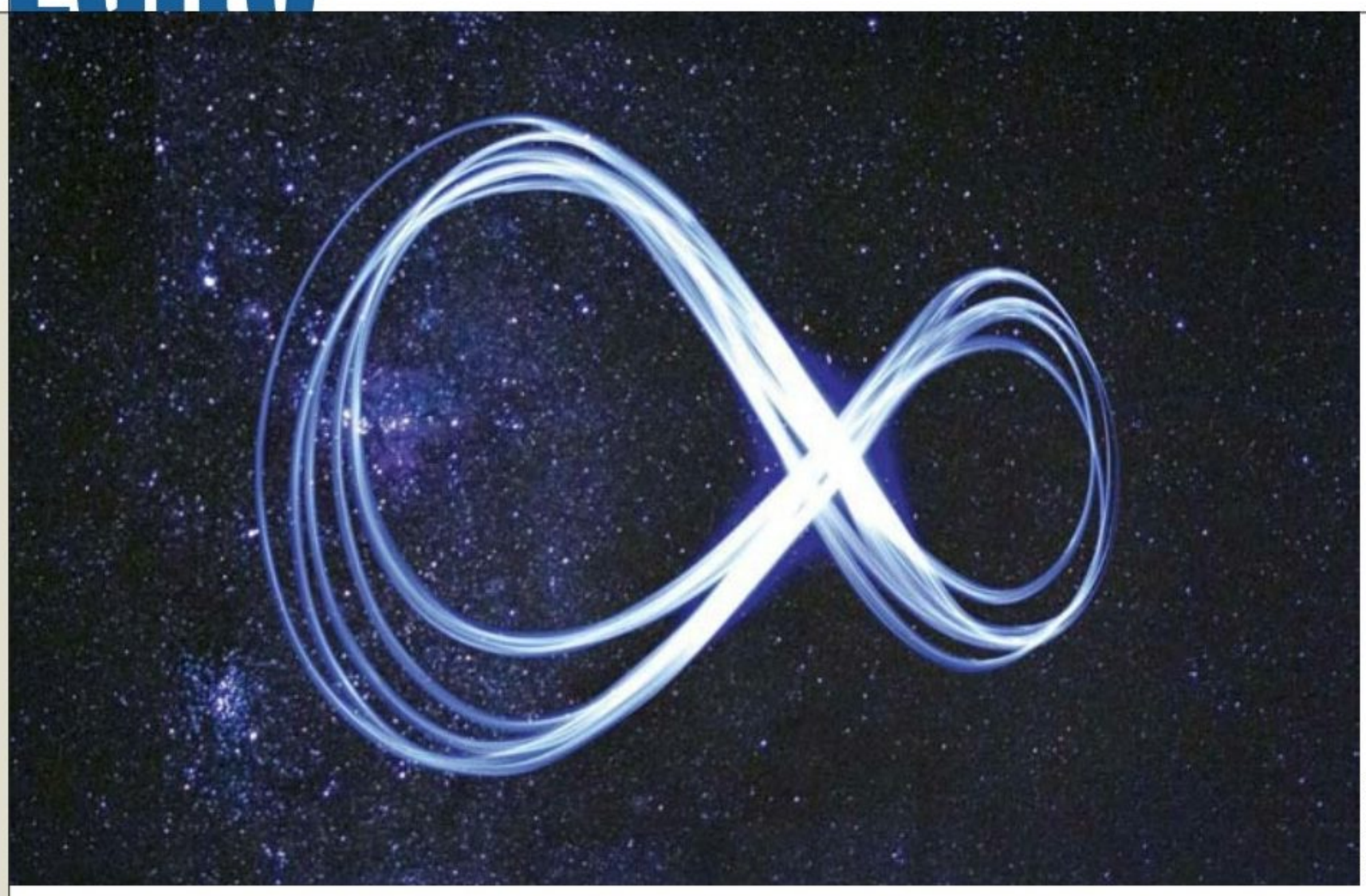
Abonnements et anciens numéros : 01.55.56.71.48
4, rue de Mouchy – 60438 Noailles Cedex
abonnements@sciencesetavenir.fr

Publicité Médiaobs
44 rue Notre-Dame-des Victoires 75002 Paris
Tél. : 01.44.88.97.70 / Fax : 01.44.88.97.79
Pour joindre votre correspondant par téléphone, composez le 01.44.88 suivi des 4 chiffres qui figurent à la suite de son nom; pour adresser un email à votre correspondant, l'initiale de son prénom puis son nom suivi de @mediaobs.com.
Directrice générale Corinne ROUGÉ 93.70
assistée de Marie-Noëlle MAGGIES 93.70
Directeur de publicité
Sylvain MORTREUIL 97.75
Responsable Web Romain COUPRIE 89.25
Assistante commerciale Séverine LECLERC 39.75
Exécution Nicolas NIRO 89.26
Administration des ventes Caroline HAHN 97.58
Ventes
Directeur commercial
Jean-Claude ROSSIGNOL 01.44.88.35.40
Directeur des ventes Valéry SOURIEAU
Directeur des abonnements Luc BONARDI
01.55.35.56.62 assisté de Lina QUACH 56.63
Relations extérieures
France ROQUE 01.44.88.35.79
Sciences et Avenir SARL
Gérance : Claude PERDRIEL
Directeur de la publication : Claude PERDRIEL
Les abonnements et réabonnements doivent être adressés à Sciences et Avenir, Service abonnements, CS 90006 - 59718 Lille Cedex 9. Tél. : 03.28.38.47.69. Tarif des abonnements : France, 1 an simple (12 numéros) : 35 €. 1 an complet (12 numéros + 4 hors-série) : 48 €. Tarifs pour les pays étrangers sur demande.
Multimédia : Sciences et Avenir, 41 bis avenue Bosquet, 75007 Paris. Tél : 01.55.35.56.00.
Les noms et adresses de nos abonnés seront communiqués aux organismes liés contractuellement avec *Sciences et Avenir*, sauf opposition. Dans ce cas, la communication sera limitée au service de l'abonnement.
Copyright Sciences et Avenir.
Commission paritaire n° 0620K79712.
Distribué par Presstalis.
Photogravure : Éric BACQUET
Fabrication : Christophe PERRUSSON

PEFC 10-31-1557
Certifié PEFC
Ce produit est issu de forêts gérées durablement et de sources contrôlées.
pefc-france.org

Origine du papier : Allemagne
Taux de fibres recyclées : 0%
Eutrophisation : PTot = 0,016 kg/tonne de papier
Ce magazine est imprimé chez Rotofrance Impression, certifié PEFC

ACPM OJD



SHUTTERSTOCK

Vertigineux !

Combien y a-t-il de nombres? Quelle est la taille de l'Univers? Et la longueur d'une droite? À ces questions qui surgissent dès l'enfance, l'infini apporte une réponse satisfaisante. Peut-être même réconfortante – bien nommer les choses, c'est sans doute ajouter au bonheur du monde. Mais à y regarder de plus près, il côtoie de vertigineux abîmes… *« Il faut être prudent, car ce terme est extrêmement ambigu »*, alerte l'historien des sciences Michel Blay. Ambigu, et historiquement dangereux. Il a envoyé au bûcher le moine Giordano Bruno et conduit le mathématicien Georg Cantor à la folie. Le premier avait esquissé la possibilité d'une infinité d'univers – une offense à Dieu pour les théologiens du XVIe siècle –, le second mis en évidence l'existence d'une infinité… d'infinis. Avec lui, le concept est définitivement sorti du champ métaphysique pour entrer au royaume de la science et ouvrir la voie aux mathématiques modernes.

Depuis des siècles, savants et chercheurs tentent donc de le dompter. Car il peut précipiter vers la catastrophe. Voyons les physiciens, qui s'en méfient comme de la peste. Qu'une théorie débouche sur l'infini, et elle se retrouve inapte à décrire le monde, constatent à l'unisson les cosmologistes Trinh Xuan Thuan et Jean-Philippe Uzan, ou encore le physicien Pierre Marage. D'où leur art consommé du contournement, quand il s'agit de penser des singularités comme le Big Bang et les trous noirs, aux densités et températures incommensurables. *« Contrairement aux mathématiciens, nous ne jonglons pas avec l'infini*, dit le premier. *On peut avancer que l'Univers est infini, mais en se basant sur une quantité d'atomes finie. »* Vertige et paradoxe.

Redescendons sur Terre… où l'on a tendance à employer le terme à tort et à travers. Qu'il s'agisse du nombre de combinaisons au jeu de go, de la plasticité de notre cerveau, de la puissance des supercalculateurs exaflopiques, ou d'internet qui donnerait accès à une connaissance sans limites. Attention à l'abus de langage, insiste Trinh Xuan Thuan. L'infini se situe encore bien au-delà du « très, très grand » ou du « très, très petit ».

On le conçoit difficilement, on ne parviendra jamais à l'écrire, disposerait-on d'une quantité d'encre infinie et s'appellerait-on Jorge Luis Borges, qui a imaginé la bibliothèque contenant tous les textes déjà écrits et ceux qui ne le sont pas encore! On peut tout juste le noter avec son symbole bien commode. Un grand huit que l'on croit parfois percevoir dans les volutes de la Voie lactée, en observant le ciel par un doux soir d'été. Un spectacle qui, pourtant, peut plonger certains dans l'angoisse. Oui, elle existe bel et bien, cette peur de l'infini qui renvoie à notre condition d'humains, mortels corpuscules perdus dans l'immensité, effrayés, comme le fut Blaise Pascal, par le silence éternel des espaces infinis… Les psychologues lui ont même donné un nom : l'apéirophobie. La phobie des grandeurs… **VINCENT REA**

Rencontre

TRINH XUAN THUAN, astrophysicien, professeur d'astronomie à l'université de Virginie à Charlottesville (États-Unis)

« Mes premières nuits à Palomar m'ont fait basculer dans l'infiniment grand »

Fasciné par les milliers d'étoiles du ciel nocturne ou l'inépuisable suite des nombres entiers, cet amoureux de l'infini nous entraîne dans un voyage vertigineux à travers le Cosmos, les mathématiques et la littérature.

Vous avez publié un ouvrage intitulé *Désir d'infini*. Pourquoi ce terme de désir, et quels en sont les moteurs ?
Je pense que la notion d'infini fascine l'imagination humaine. Qu'il s'agisse des arabesques de l'Alhambra de Grenade, qui n'ont ni début ni fin, ou de la suite des nombres entiers. N'est-il pas troublant de se dire qu'il n'y a pas un chiffre plus grand que d'autres, qu'il suffit d'ajouter 1 pour aller toujours plus loin ?

À titre personnel, quel a été votre premier contact avec l'infini, votre première grande émotion ?
Ce fut lors de ma première nuit d'observation au Mont-Palomar, en Californie, à l'époque le plus grand télescope du monde. Une nuit claire, sans aucune pollution lumineuse… et des milliers d'étoiles visibles à l'œil nu. J'étais étudiant au California Institute of Technology (Caltech). À l'origine, je voulais devenir physicien des particules – à la fin des années 1960, c'était la grande mode. Mais l'astrophysique prenait son essor : découverte des quasars * en 1963, du rayonnement fossile en 1965, des pulsars deux ans plus tard… Je suis arrivé à Caltech en 1967. Notre projet de recherche était d'identifier des contreparties optiques au rayonnement X émis par des disques de gaz chaud autour de trous noirs. Nous photographiions les parties du ciel d'où venaient les rayons X pour identifier l'étoile dont le gaz alimentait le disque d'accrétion qui entourait le trou noir. Ce sont ces premières nuits à Palomar qui m'ont fait basculer dans l'infiniment grand.

> **« Dans la pensée orientale, le néant n'est pas vide. Il porte en lui une potentialité qui va se manifester dans le réel »**

Le concept d'infini semble là de toute éternité…
La notion d'infini a pourtant un commencement ! On peut le situer en Grèce avec l'école atomiste. Pour Leucippe et Démocrite, aux Ve- IVe siècles avant notre ère, tous les constituants de l'Univers sont des atomes, et il faut un espace infini pour que ces atomes se déploient et forment la complexité du monde. Mais en face d'eux, il y a Aristote (384-322 av. J.-C.) qui a, lui, l'infini en horreur, horreur qui est liée à celle du vide, du néant. L'infini, pour Aristote, ne peut être que potentiel, jamais actuel. Il ne peut se manifester réellement. On peut toujours ajouter 1, on n'atteint jamais vraiment l'infini. Sa pensée a dominé pendant vingt siècles. Surtout en cosmologie : dans le modèle aristotélicien, l'Univers est délimité par une sphère extérieure des étoiles, ce qui fait que le monde est fini.
À la fin du XVIe siècle, Giordano Bruno va faire éclater ce modèle, en rejetant la vision d'un Univers fini pour celle d'un Univers infini peuplé de planètes hébergeant des formes de vie diverses, toutes glorifiant Dieu. Des propos inacceptables pour l'Église : dans la vision chrétienne du monde, la Terre est unique, le Christ est venu pour sauver l'humanité. Imaginons qu'il y ait des civilisations partout : il y aurait donc potentiellement une infinité de Christs visitant une infinité de planètes… Le verdict ne s'est pas fait attendre : Bruno a été conduit au bûcher le 17 février 1600.

Qu'en est-il en Orient, dans la tradition bouddhiste que vous connaissez bien ?
Le zéro et l'infini sont pour moi comme le yin et le yang : ils sont liés, ils interagissent. Si vous acceptez la notion du zéro, vous devez aussi accepter celle d'infini. Divisez un nombre par l'infini, vous obtenez

© BRUNO KLEIN / DIVERGENCE

zéro. Divisez un nombre par zéro, vous obtenez l'infini. En Orient, on n'a jamais eu peur du zéro ! Dans la pensée orientale, le néant n'est pas vide. Il porte en lui une potentialité qui va se manifester dans le réel. Et dans le bouddhisme, tout est interdépendant. Rien ne peut exister intrinsèquement, *a fortiori* en surgissant *ex nihilo,* d'un seul coup. L'Univers n'a ni commencement ni fin, il est cyclique. Dans une telle pensée, le concept d'un Big Bang, d'un début dans le temps, ne peut exister.

La forme et la taille de l'Univers ont fait l'objet de débats acharnés, presque existentiels : fini ou non ? Borné ou non ?

L'Univers – et son destin – est déterminé par les équations de la relativité générale, énoncées par Einstein en 1915. Jusqu'à cette date, la cosmologie relevait plus de la métaphysique que de la science. Selon la relativité, l'Univers doit être dynamique : soit en contraction, soit en expansion. Ce qu'initialement Einstein ne pouvait accepter, car les observations de l'époque indi- ●●●

Trinh Xuan Thuan

Astrophysicien viêtnamo-américain, spécialiste d'astronomie extragalactique, il est professeur à l'université de Charlottesville, en Virginie. Il a écrit, en français, de nombreux ouvrages, dont :

Vertige du Cosmos, Flammarion, 2019

La Plénitude du vide, Livre de poche, 2018

Désir d'Infini, Folio, 2014

L'Infini dans la paume de la main, avec Matthieu Ricard, Pocket, 2002

●●● quaient un Univers statique. Au point qu'il a modifié ses équations, en y rajoutant une constante ! En 1927, lorsque le Belge Georges Lemaître a construit un modèle d'Univers en expansion, il a envoyé son article à Einstein et a reçu en substance cette réponse : vos mathématiques sont admirables, mais votre physique abominable…

En 1929, l'Américain Edwin Hubble a découvert la loi de l'expansion de l'Univers qui porte son nom et celui de Lemaître, et qui stipule que toutes les galaxies lointaines s'éloignent de la Voie lactée, et ce, d'autant plus vite qu'elles sont plus distantes. Cette loi a donné naissance à la théorie du Big Bang : l'Univers est né d'une explosion primordiale à partir d'un état initial extrêmement petit, chaud et dense. Et en 1998, on a mis en évidence que non seulement l'Univers était en expansion, mais que celle-ci s'accélérait sous l'influence d'une force anti-gravité répulsive qu'on a appelée « énergie sombre », faute de plus d'information. Une découverte extraordinaire ! À l'époque, tout le monde pensait que l'Univers était constitué uniquement de matière exerçant une gravité attractive, et qu'il devait décélérer. Moi-même, j'ai essayé de mesurer la décélération de l'Univers lorsque que j'étais à Caltech.

Cela nous donne-t-il des informations sur la finitude du Cosmos ?

Le destin de l'Univers est lié à sa courbure, et l'on a déterminé que celle-ci est nulle et sa géométrie plate. À cause de la force répulsive de l'énergie sombre, l'Univers connaîtra donc une expansion éternelle : il continuera à se diluer et à se refroidir, toutes les étoiles s'éteindront. Et il mourra dans une nuit glaciale et sans fin… L'espace s'agrandira si vite que plus aucune structure ne pourra se former. Quand l'Univers sera âgé de quelques dizaines de milliards d'années, les galaxies aujourd'hui accessibles à nos télescopes se seront tellement éloignées que nous ne pourrons plus les voir, la Voie lactée sera un îlot perdu dans l'immensité du Cosmos… Les études astronomiques de nos lointains descendants seront extrêmement limitées !

Mais cet Univers en accélération, est-il fini ou infini ? Malheureusement, nous ne connaissons pas la réponse : tout dépend de sa « topologie » (sa géométrie globale), qui n'est pas connue.

C'est vertigineux !…

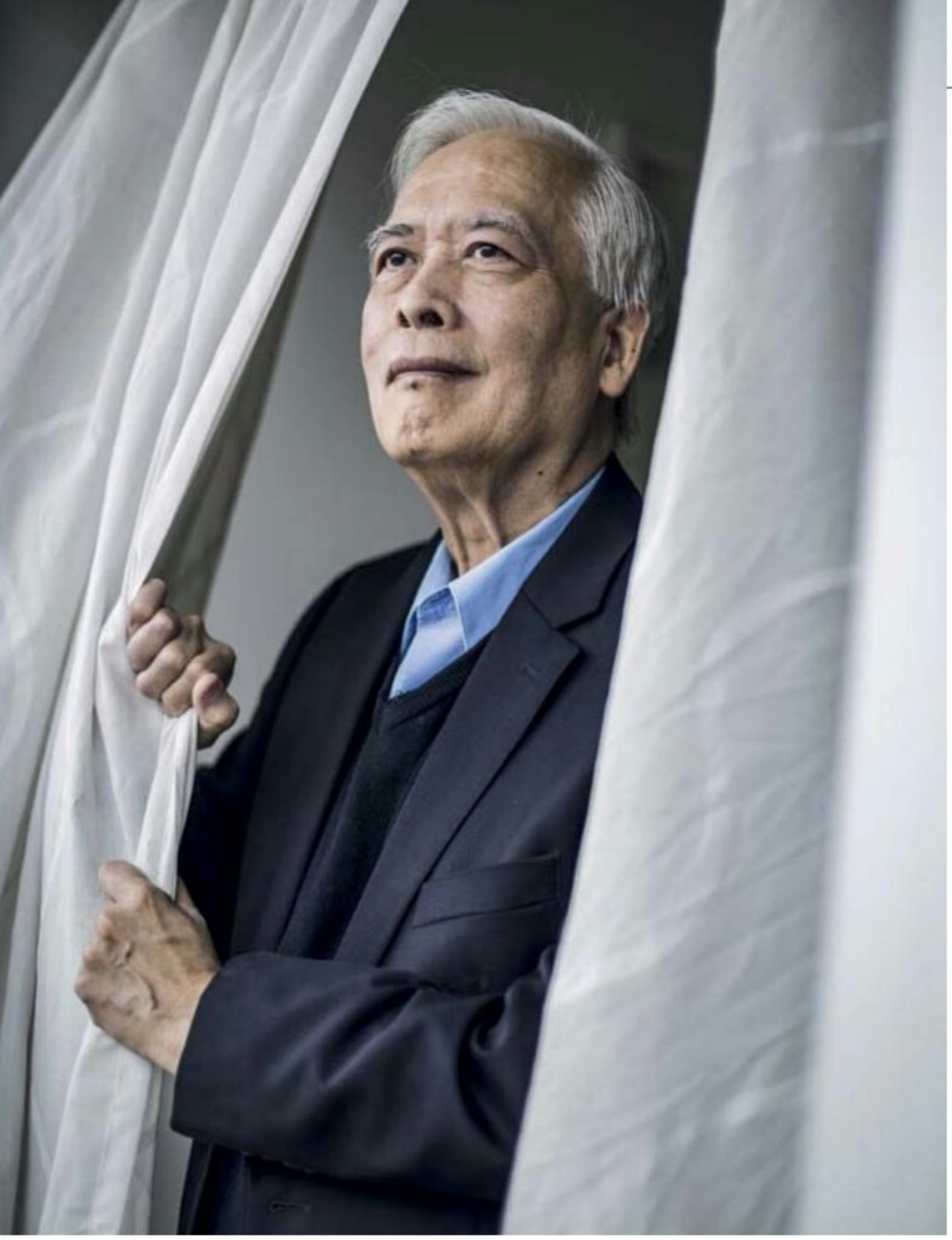
Parler de la Voie lactée avec ses 100 milliards de soleils est déjà vertigineux. Parler de l'Univers observable avec ses 100 milliards de galaxies l'est encore plus. Alors, parler d'un Univers qui semble s'étendre vers l'infini, pendant un temps infini… C'est le vertige du Cosmos ! Autre vertige, la combinaison de l'infini avec le fini, qui donne ce qu'on appelle le paradoxe de l'éternel retour. Qu'est-ce à dire ? Selon la mécanique quantique, le nombre de particules élémentaires dans l'Univers ne peut être infini, parce que si vous en entassez trop dans un même volume d'espace, l'énergie devient trop grande et cet espace s'effondre sous sa propre gravité, devenant un trou noir. Eh bien, avec un nombre fini de particules dans un Univers infini, il y aurait de nombreux sosies de nous-mêmes quelque part dans le Cosmos, parce que la combinaison de particules dont nous résultons peut, elle, se reproduire une infinité de fois. Si vous voulez rencontrer l'un d'entre eux, quelle distance devez-vous couvrir ? Une distance inimaginable de 10^n mètres où $n = 10^{27}$ (pour comparaison, $n = 19$ pour atteindre le bord de la Voie lactée) !

Et l'infini mathématique ?

Je citerais les travaux de Georg Cantor. C'est lui, le dompteur de l'infini ! Considérons par exemple une suite de nombres entiers. Cette suite est infinie, car nous pouvons toujours ajouter 1 au dernier nombre. Élevons au carré chaque nombre de cette liste. De nouveau, cette liste est infinie, car à chaque entier positif est associé son carré. Les deux listes doivent donc posséder le même nombre d'éléments. Or – et c'est là que le paradoxe surgit –, chaque élément dans la liste des carrés est également inclus dans la liste des entiers positifs. Cette dernière doit donc contenir un plus grand nombre d'éléments que la liste des carrés, puisqu'elle inclut aussi tous les nombres entiers qui ne sont pas des carrés ! Ainsi le premier raisonnement conduit à la conclusion que les deux listes ont le même nombre d'éléments, alors que selon le second, la liste des entiers positifs contient davantage d'éléments que la liste des carrés… Galilée avait déjà découvert ce fait étrange : quand il s'agit d'un ensemble fini, un sous-ensemble de celui-ci peut contenir autant d'éléments que l'ensemble tout entier. Nous retrouvons la même idée avec le fameux exemple de l'hôtel Infini du mathématicien David Hilbert : une infinité de chambres, toutes occupées. Mais si vous venez avec une infinité d'amis, l'hôtel pourra tout de même les accueillir…

À la fin du XIXe siècle, Cantor a pu démontrer qu'il existe une hiérarchie sans fin d'infinis de taille de plus en plus grande. Ainsi, il prouve que le degré d'infinité des nombres réels est infiniment plus grand que celui des entiers. Reléguant aux oubliettes l'infini potentiel d'Aristote, il montre que l'infini actuel existe… Mais Cantor a été persécuté par son ancien professeur, Leopold Kronecker, un fervent défenseur de l'infini potentiel qui a tout fait pour entraver sa carrière académique, empêcher même ses publications de paraître… des actions qui ont mené Cantor à la dépression et à la folie.

> **Avec un nombre fini de particules dans un Univers infini, il y aurait de nombreux sosies de nous-mêmes quelque part dans le Cosmos**



©ANTONIN WEBER / HANS LUCAS

Les mathématiciens doivent parfois considérer les physiciens comme de joyeux lurons. Ils jonglent avec des notions bien plus complexes…

L'infini ne surgit pas souvent en physique, parce que lorsque c'est le cas, cela indique généralement que quelque chose cloche avec la théorie. Mais les cosmologistes sont eux aussi dans l'obligation de se confronter à l'infini. Car l'Univers est par excellence le lieu des infinis, dans le temps (sans début ni fin, par exemple), mais aussi dans l'espace (par exemple avec une expansion éternelle). En extrapolant la physique connue vers l'instant zéro, la température et la densité deviennent infinies. L'apparition de ces quantités infinies signale que les théories connues (la relativité et la mécanique quantique) perdent pied, et qu'il faut les remplacer par une nouvelle théorie de « gravité quantique ». De même, la densité de matière au « point de singularité » d'un trou noir ne peut être décrite par la physique connue.

Mais en réalité, toutes les quantités que nous calculons en astrophysique sont finies. On peut tout à fait avancer que l'Univers est infini, mais en se basant, en l'occurrence, sur une quantité finie, comme son contenu en masse-énergie. Contrairement aux mathématiciens, les astrophysiciens ne jonglent pas avec l'infini. Nous pouvons donner des chiffres « infiniment » petits ou des chiffres « infiniment » grands, par exemple 10^{12} années pour l'extinction de toutes les étoiles, mais ce sont toujours des quantités finies. Parler d'infiniment grand et d'infiniment petit est donc en quelque sorte un abus de langage. Au fond, il n'y a que de « faux infinis », sauf pour les mathématiques.

> **« Les astrophysiciens ne jonglent pas avec l'infini, contrairement aux mathématiciens, mais avec des quantités finies**

L'infini mathématique peut-il aujourd'hui s'incarner dans l'univers numérique ?

De nouveau, nous sommes là dans le domaine du fini. On peut compter le nombre d'algorithmes, de bits… Utiliser la métaphore de l'infini permet seulement de dire qu'il y a une quantité phénoménale d'éléments à disposition. L'idée qu'Internet nous donne accès à une connaissance infinie est une illusion. Pour évoquer le célèbre écrivain argentin Jorge Luis Borges, nous sommes encore loin de la bibliothèque de Babel !

Borges, lui aussi, avait une relation particulière avec l'infini…

C'est peut-être l'écrivain qui a le mieux exprimé l'indicible tension et le permanent effroi qu'inspirent les rapports du fini avec l'infini. Dans son conte fantastique *La Bibliothèque de Babel*, il décrit une bibliothèque qui abrite tous les ouvrages possibles et est infinie dans l'espace et le temps. Elle est constituée d'un dédale infini de couloirs menant à un nombre infini de chambres. La bibliothèque contient une somme prodigieuse de livres résultant de toutes les combinaisons et permutations possibles de vingt-cinq caractères (l'espace, le point, la virgule et vingt-deux lettres de l'alphabet). Les contes fantastiques de Borges sont toujours extraordinaires ! Prenez *Le Livre de sable* qui comporte un nombre infini de pages contenant tout le savoir de l'humanité, et où l'on ne trouve jamais la première ni la dernière page… Ou *Le Jardin aux sentiers qui bifurquent,* dans lequel Borges décrit un livre qui est une sorte de labyrinthe infini, parce qu'il raconte une histoire qui dévie sans fin, pareille à un jardin dont les allées se dédoublent sans cesse. Ce livre contient un texte dans lequel plusieurs scénarios sont possibles : le coupable peut être une personne ou bien une autre, en fonction des « bifurcations » infinies de l'Univers. Cette histoire de Borges me rappelle la théorie des univers qui bifurquent proposée par le physicien Hugh Everett en 1957 pour résoudre certaines difficultés conceptuelles de la mécanique quantique.- Une autre discipline fascinante !

PROPOS RECUEILLIS PAR DOMINIQUE LEGLU, FLORENCE LEROY ET VINCENT REA

* Quasars : noyaux de galaxies lointaines, objets les plus brillants du ciel ; rayonnement fossile : première lumière de l'Univers ; pulsars : étoiles à neutrons.

L'infini du Cosmos

NASA, ESA, STSCI

Deux nuages de gaz lumineux, NGC 2020 (bleu, à gauche) et NGC 2014, situés dans la constellation de la Dorade, dans la galaxie du Grand Nuage de Magellan. Ces deux nébuleuses forment une vaste pouponnière d'étoiles.

Il dévoile peu à peu ses secrets aux chercheurs, mais pour mieux susciter des théories étourdissantes : nous pourrions ainsi vivre dans une sphère finie qui se dilate pour l'éternité. Une sphère aplatie et sans bord où, ça et là, des bulles d'espace-temps laisseraient jaillir des mondes peuplés d'innombrables sosies de nous-mêmes...

L'Univers, à la limite...

Le Cosmos est-il ou non fini ? Les observations ne permettent pas de trancher. Mais les dernières données indiquent qu'il pourrait être sphérique et sans bord. Et n'excluent pas l'existence d'autres univers... illimités !

L'Univers possède-t-il une limite ? Quelle que soit la réponse, elle donne le vertige. C'est « oui » ? Alors nous voilà en plein paradoxe, comme l'avait déjà noté le Grec Archytas de Tarente au IVe siècle avant notre ère. Car si l'on se trouve à la limite, qu'y a-t-il au-delà, si ce n'est encore l'Univers (*to pan*, « le tout » en grec) ? La réponse est « non » ? Alors cela signifie que l'Univers est peut-être infini. Or, si le concept est fondamental en mathématiques *(lire p. 42-49)*, il résonne étrangement en physique. *« Lorsqu'une théorie physique débouche sur l'infini, on peut penser qu'elle n'est plus apte à décrire le monde*, résume Jean-Philippe Uzan, directeur de recherche en cosmologie à l'Institut d'astrophysique de Paris. *Dans la mécanique imaginée par Galilée, la vitesse pouvait être infinie. Depuis Einstein, on sait que l'on ne peut en aucun cas dépasser celle de la lumière. »*

Imaginer l'Univers global en postulant que notre petit coin est représentatif du grand tout

Tant pis pour le vertige, et entamons, par la pensée, un voyage vers les confins du Cosmos. Au bout de dizaines de milliards d'années-lumière, nous arrivons à une frontière, celle de l'Univers que nous sommes capables d'observer, constitué de tous les astres dont la lumière est parvenue jusqu'à nous depuis le Big Bang, il y a 13,8 milliards d'années. Il s'agit d'une boule dont nous occupons le centre et dont le rayon est d'environ 46 milliards d'années-lumière, puisque l'Univers est en expansion continue depuis sa naissance. Cette sphère continue de grossir, mais elle est bel et bien finie. Au-delà, aucune information ne peut nous parvenir, car il faudrait que celle-ci voyage plus vite que la lumière. Il est toutefois possible d'imaginer à quoi ressemble l'Univers global en postulant que les propriétés de notre petit coin d'espace-temps sont représentatives de celles du grand tout.

« La finitude de l'Univers repose notamment sur sa courbure, explique Jean-Philippe Uzan. *Si elle est positive, alors l'Univers est sphérique, et son volume est nécessairement fini. Si elle est négative, il est hyperbolique. Si elle est nulle, euclidien et donc plat. Ces deux derniers cas peuvent correspondre à un univers infini. »* Cette courbure dépend de la quantité de matière baryonique (classique ordinaire) et de matière noire (jamais observée, on n'en connaît que la masse) contenue dans l'Univers, qui sculpte en quelque sorte l'espace-temps, comme le décrit la théorie de la relativité générale. Il faut aussi prendre en compte la constante cosmologique, introduite dans les équations de la relativité afin de rendre compte de l'accélération actuelle de l'expansion cosmique. Ces informations peuvent être déduites des propriétés du fond diffus cosmologique, la première lumière émise par l'Univers, 380 000 ans après le Big Bang. Il a été cartographié avec une grande précision par le satellite Planck en 2013, ce qui a permis de déterminer une valeur de la courbure. Premier verdict ? Elle est très proche de zéro, à quelques millièmes près, en plus ou en moins, du fait de la marge d'erreur… Autrement dit, légèrement positive ou négative.

Toutefois, une étude publiée dans la revue *Nature* en novembre 2019, et fondée sur une nouvelle interprétation des données de Planck, indique cette fois une

GIROSCIENCE/SCIENCE PHOTO LIBRARY

Des bulles d'espace-temps d'où jaillissent çà et là des univers, dont le nôtre ne serait qu'un parmi d'autres. Et qui abriteraient un sosie de tous les êtres humains : l'hypothèse du multivers ouvre un imaginaire sans limites (vue d'artiste).

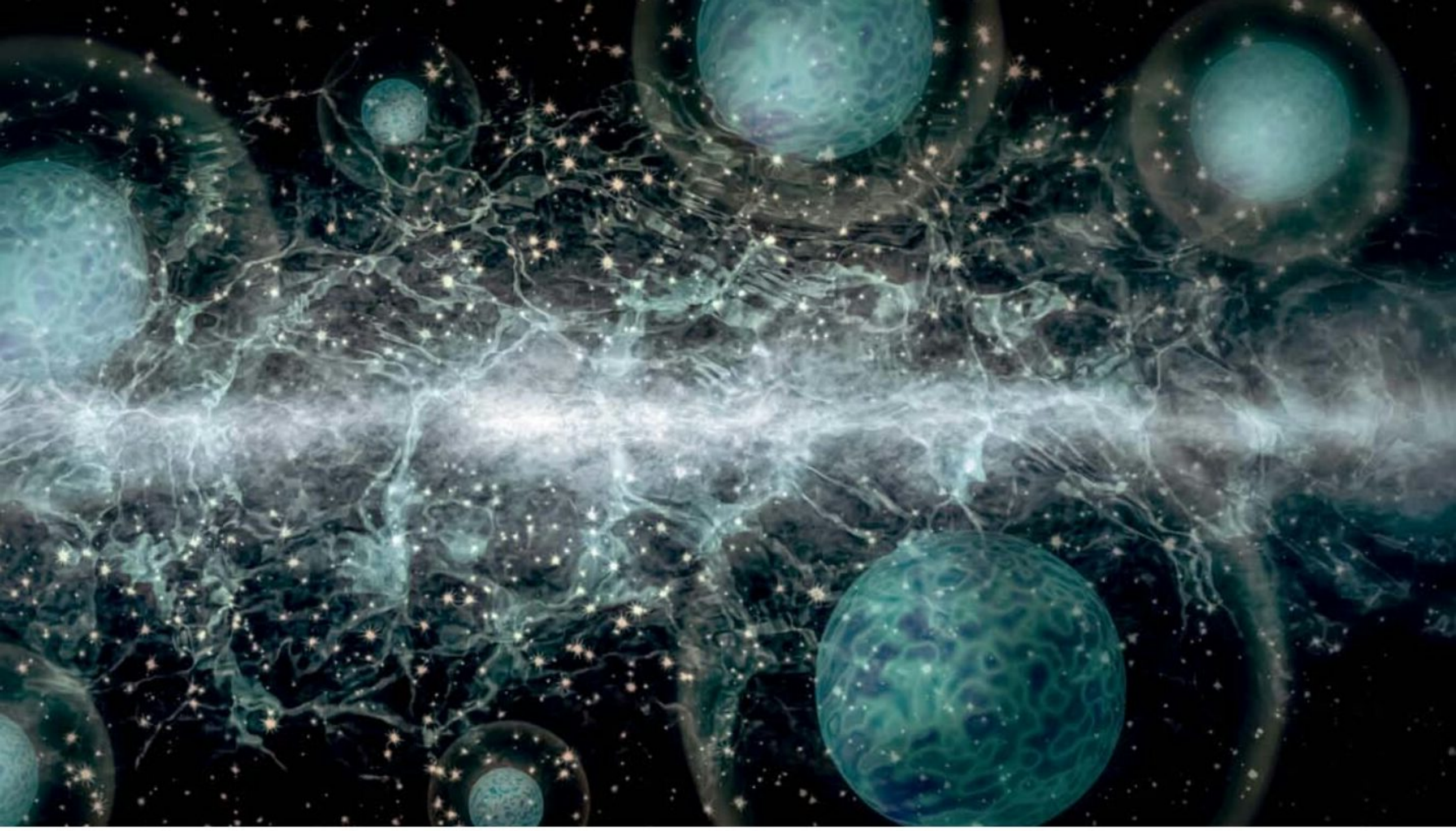
SCIENCE PHOTO LIBRARY

Surface euclidienne (plate)

Surface sphérique

Surface hyperbolique (selle de cheval)

Plat, sphérique ou hyperbolique ? La géométrie de l'Univers dépend de sa courbure, déterminée par la quantité de matière et d'énergie qu'il contient. Dans un espace plat,x la somme des angles d'un triangle fait 180 degrés. Elle est inférieure sur une hyperbole, supérieure sur une sphère.



courbure positive « avec 99 % de probabilité ». *« Ce résultat mérite confirmation,* souligne Jean-Philippe Uzan. *Mais l'idée d'un Univers sphérique n'est donc pas exclue. Quoi qu'il en soit, la théorie de l'inflation, qui décrit une augmentation exponentielle de la taille de l'Univers au moment du Big Bang, implique qu'à l'échelle de l'Univers observable, la courbure doit être très faible. Tout comme sur une sphère tellement dilatée qu'à sa surface, l'horizon semble plat. »*

Un voyageur filant tout droit finirait par revenir sur Terre après avoir fait le tour du Cosmos !

Admettons que l'Univers soit sphérique, et donc fini. Ne sommes-nous pas alors confrontés au paradoxe d'un « bord » de l'Univers ? Non. Si l'Univers a une courbure positive, il est fini mais il n'a pas de bord. C'est une 3-sphère ou hypersphère. Une sphère est la surface à deux dimensions d'une boule à trois dimensions. Par analogie, l'hypersphère est un objet à trois dimensions entourant une boule à quatre dimensions… Impossible à visualiser ! Mais sachez qu'il en va sur une hypersphère comme sur une sphère : tout trajet en ligne droite ramène immanquablement au point de départ. Un voyageur filant droit devant finirait par revenir sur Terre… après avoir fait le tour de l'Univers !

Mais l'hypersphère ne dit pas tout. Car à chaque type de courbure correspondent plusieurs classes topologiques, plusieurs formes en quelque sorte. À deux dimensions, une sphère appartient à la même classe que n'importe quelle forme ovoïde. De la même façon, une hypersphère peut posséder différentes formes, toutes sans bord, de volumes différents. Ainsi, même une courbure positive laisse de grandes interrogations sur l'étendue et l'allure de notre Univers. Sans compter qu'un Univers hyperbolique reste possible. Comment trancher ? *« Pour l'instant, c'est impossible,* rappelle Jean-Philippe Uzan. *Avec nos instruments, nous n'avons accès qu'à l'Univers observable. Il suffirait que l'Univers global soit seulement 15 % plus grand que celui-ci pour que nous ne puissions pas distinguer un espace fini (et très grand) d'un Univers infini. Or, les données les plus récentes, obtenues par le satellite Planck, indiquent un Univers au moins 92 % plus grand… »*

Cela dit, même fini, cet Univers pourrait comporter… d'autres univers, pourquoi pas infinis ! *« Le concept d'univers multiples est né dans les années 1980, quand certains astrophysiciens ont tenté d'expliquer le phénomène de l'inflation,* explique Emilian Dudas, directeur de recherche à l'Institut polytechnique de Paris. *L'un des modèles consiste à comparer l'inflation à une transition de phase, comme lorsque de l'eau bout. De microscopiques bulles de vapeur se forment dans le liquide et, tout à coup, se rassemblent pour en former de plus grosses. C'est ainsi* ●●●

Collectif, *Variations sur un même ciel,* La Ville Brûle, 2012

Jean-Pierre Luminet et Marc Lachièze-Rey, *De l'infini. Horizons cosmiques, multivers et vide quantique,* Dunod, 2019

Vidéo : Conférence d'Aurélien Barrau et Patrick Peter, *L'Univers est-il fini ou infini ?* youtube.com/watch?v=ebfXYeSOfRE

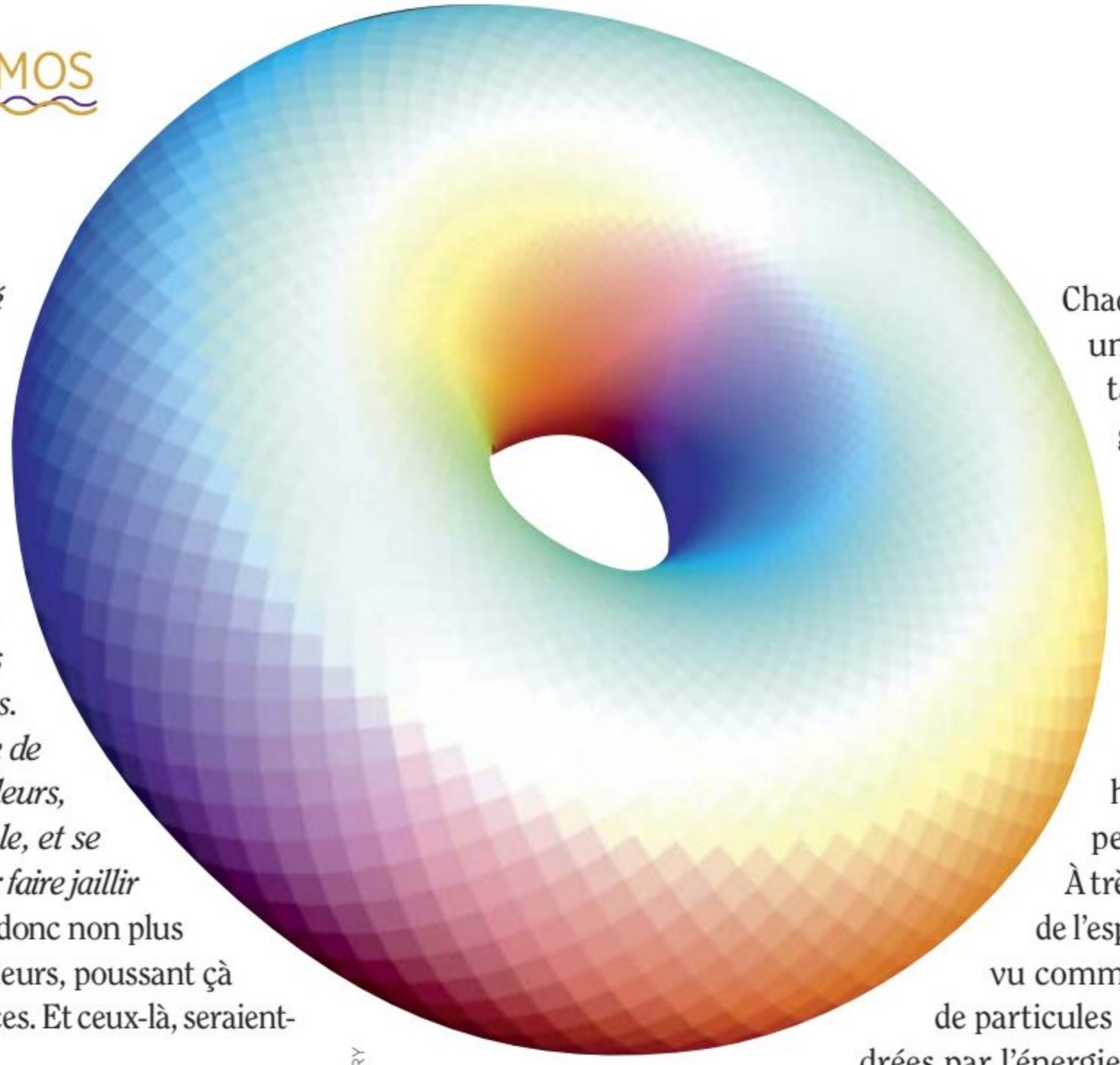
DIDIER GOUPY / SIGNATURES

« Lorsqu'une théorie physique débouche sur l'infini, on peut penser qu'elle n'est plus apte à décrire le monde »

Jean-Philippe Uzan, Institut d'astrophysique de Paris

●●● *qu'on a interprété les premiers modèles de l'inflation : de petites bulles d'espace-temps grossissent sous l'effet de la constante cosmologique. Lorsqu'elles se rencontrent, le phénomène s'emballe et donne une très grosse bulle : notre Univers. Mais on peut imaginer que de petites bulles se forment ailleurs, hors de l'Univers observable, et se rencontrent à leur tour pour faire jaillir un univers…* » Nous voici donc non plus avec un univers, mais plusieurs, poussant çà et là comme des excroissances. Et ceux-là, seraient-ils finis ou infinis ?

Cette question prend une tournure particulière si on l'envisage du point de vue de la théorie des cordes, dont l'objectif est de réconcilier le monde quantique, qui décrit l'infiniment petit des particules élémentaires, avec la théorie de la relativité générale, qui a pour sujet l'espace-temps à grande échelle. Dans cette approche, les particules ne sont plus considérées comme des objets ponctuels (sans dimension), mais comme des cordelettes à une dimension, vibrant à la manière de celles d'une guitare. Leurs propriétés (masse, charge…) découleraient de différents modes de vibration dans dix dimensions d'espace, et non pas seulement trois, les dimensions supplémentaires étant repliées sur elles-mêmes et donc inaccessibles à notre échelle. Mais elles pourraient adopter différentes formes, ou topologies, d'où découleraient les lois physiques de l'Univers.



SCIENCE PHOTO LIBRARY

Représentation d'une hypersphère dans un espace à quatre dimensions, connue sous le nom de tore de Hopf.

Chaque topologie est liée à une donnée fondamentale : la densité d'énergie du vide. L'énergie du vide, comme son nom l'indique, correspond à l'énergie de l'espace-temps en l'absence de matière. Elle serait à l'origine de particules s'annihilant mutuellement à peine surgies du néant. À très petite échelle, le vide de l'espace pourrait donc être vu comme un bouillonnement de particules fantomatiques engendrées par l'énergie du vide. Celle-ci, par ailleurs, serait à l'origine d'une force répulsive qui contribuerait à dilater l'Univers. Elle figure donc, avec la mystérieuse énergie noire qui constituerait plus des deux tiers de l'Univers, comme candidate permettant de donner une interprétation physique à la constante cosmologique.

10^{500} univers possibles, la plupart vides de matière, possédant des lois physiques propres

« *L'un des objectifs de la théorie des cordes est de trouver la densité d'énergie du vide correspondant à notre Univers,* poursuit Emilian Dudas. *On s'est rendu compte qu'il y avait beaucoup de solutions possibles, chacune correspondant à des topologies différentes, car de nombreux paramètres sont à prendre en compte. Cela pourrait déboucher sur 10^{500} univers possibles !* » Revoilà le vertige. Car chacun de ces univers posséderait des propriétés différentes, des lois physiques propres, même si la plupart seraient vides de matière, les atomes ne pouvant pas se former. En effet, une variation infime des constantes fondamentales (vitesse de la lumière, constante de gravitation, etc.) suffirait à provoquer la disparition de la matière dans notre propre Univers. Par conséquent, il n'y a donc *a priori* pas tant que cela de combinaisons gagnantes de constantes fondamentales…

Les théoriciens des cordes tentent donc de trouver la bonne configuration, ce qui serait un succès éclatant pour leur modèle… Mais comment faire le tri parmi les 10^{500} solutions ? Certains chercheurs, comme Cumrun Vafa de l'université de Harvard (États-Unis), estiment que cela pourrait être plus simple que prévu car aucune de ces solutions ne semble rendre compte de la constante cosmologique. Selon lui, il faudrait

ROCCO

Plus rapide que la lumière ?

Rien ne peut aller plus vite que la lumière, a énoncé Einstein dans sa théorie de la relativité restreinte. Mais alors, comment se fait-il que l'inflation, ce moment qui a vu l'espace-temps gonfler d'un facteur 10^{26}, se soit passée (selon le modèle standard) en une fraction de seconde lors du Big Bang ? Einstein a précisé que cette limite est valable pour tout corps massif. Or l'espace-temps n'est en soi que la trame de l'Univers. Il est intrinsèquement vide de tout corps et de toute information. Conclusion : rien ne l'empêche de se dilater plus rapidement que la lumière. Revenons sur Terre… Comme se fait-il que, dans les piscines des réacteurs nucléaires, des électrons franchissent le mur de la lumière ? Tout simplement parce que, dans l'eau, les photons se meuvent « au ralenti », à 75 % de leur vitesse dans le vide. Des électrons peuvent donc se déplacer à une vitesse supérieure à celle des photons, donc de la lumière. Produisant alors une sorte de bang lumineux bleuté, appelé effet Tcherenkov. JACQUES-OLIVIER BARUCH

Big Bang et trous noirs : les physiciens au défi de la singularité

Le trou noir est tout à la fois un succès éclatant de la relativité générale et sa limite. Car si l'existence d'un astre assez dense pour retenir la lumière est prédite par les équations d'Einstein, celles-ci ne disent pas tout. *« À mesure qu'un objet s'approche du centre du trou noir, la différence d'attraction gravitationnelle qui s'exerce sur ses différentes parties tend vers l'infini »,* explique Éric Gourgoulhon, du laboratoire Univers et Théories du CNRS. Le cœur du trou noir est ce qu'on appelle une singularité de l'espace-temps : une région où la densité devient infinie, et où ne s'appliquent plus les lois communes de la physique. Plus on s'en approche, plus la courbure de l'espace-temps tend vers l'infini.

« En deçà d'une certaine taille, il faut donc prendre en compte la physique quantique, qui régit le monde des particules, poursuit le chercheur. *Une théorie quantique de la gravitation est ainsi nécessaire si l'on veut lever la singularité. »*

Vaste programme, lorsqu'on sait que concilier la relativité générale et la physique quantique est l'un des enjeux majeurs de la physique depuis près d'un siècle. La théorie des cordes et la gravitation quantique à boucles, pour laquelle l'espace n'est pas continu mais formé de « grains », tentent toutes les deux de le faire, avec des approches différentes.

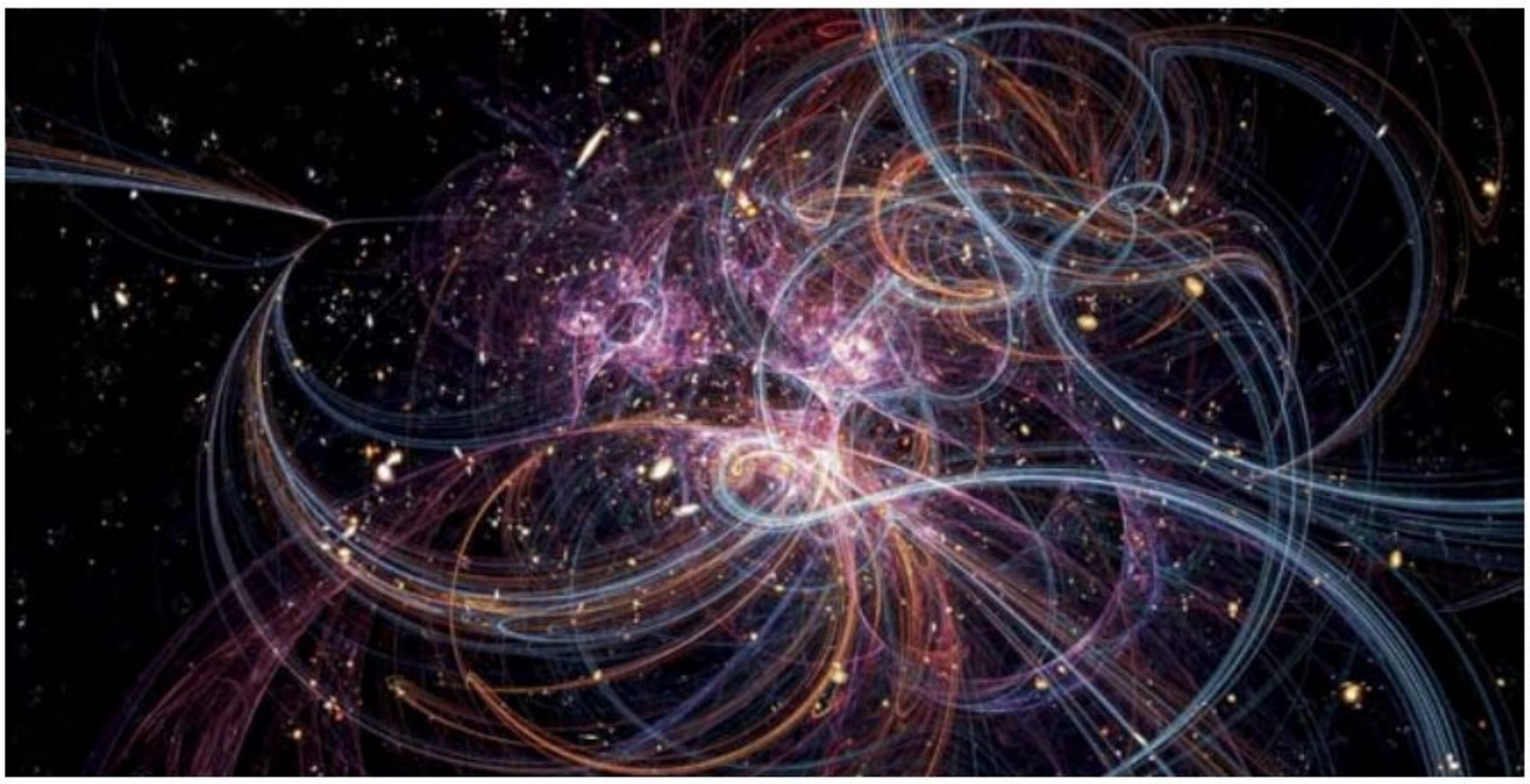
« Dans la gravitation quantique à boucles, la notion d'infini disparaît des calculs car l'espace et le temps sont quantifiés, précise Carlo Rovelli, professeur à l'université d'Aix-Marseille. *Le quantum de longueur, que l'on nomme longueur de Planck, vaut environ 10^{-35}m. Cela permet de décrire la singularité du trou noir, mais aussi celle du Big Bang. »* Selon cette théorie, lorsqu'on arrive au cœur du trou noir, au niveau de la longueur de Planck, l'espace-temps cesse de se contracter pour rebondir. Le trou noir se change alors en un « trou blanc », son image temporelle inversée : matière et énergie en jaillissent. De la même façon, notre Univers ne serait pas né d'une singularité initiale, une situation où il était infiniment petit et dense, mais d'un rebond, à l'issue de la contraction d'un univers précédent. Reste à confirmer le modèle, par exemple avec l'observation d'une transition trou noir/trou blanc, qui pourrait s'accompagner de puissantes émissions d'ondes radio ou de rayons cosmiques.

La théorie des cordes, quant à elle, permet une étude des propriétés thermodynamiques du trou noir. L'un de ses succès est d'avoir fourni, dès 1996, une interprétation microscopique de son entropie, autrement dit de la quantité d'information totale qu'il contient. *« L'information correspond à toutes les configurations microscopiques du trou noir*, explique Andrea Puhm, du Centre de physique théorique (CNRS/École polytechnique/Institut polytechnique de Paris). *Prenons un contexte qui nous est plus familier, celui d'un gaz : ces configurations correspondent aux positions individuelles des particules du gaz, à leur direction, leur vitesse, etc. Ici, elles correspondent à celles des cordes constituant le trou noir. Le calcul a été fait pour un trou noir particulier, en rotation maximale sur lui-même ou portant une charge électrique maximale, mais c'est un résultat prometteur. »* Prochaine étape : une description complète qui permette de substituer à la singularité au centre d'un trou noir une configuration complexe de cordes.

BENJAMIN BECHET/ PINK / SAI IMAGES

« Dans la gravitation quantique à boucles, la notion d'infini disparaît des calculs car l'espace et le temps sont quantifiés »

Carlo Rovelli, directeur du Centre de physique théorique de Luminy, université d'Aix-Marseille



SCIENCE PHOTO LIBRARY

Dans la théorie des cordes, qui tente de rendre compte à la fois de l'infiniment grand et de l'infiniment petit, les particules ne sont pas des objets ponctuels, mais des cordelettes vibrantes. D'où un Univers à dix dimensions (vue d'artiste).

remplacer la « constante » par une densité d'énergie du vide variable. Autrement dit, la constante ne serait plus... constante. *« C'est ce que l'on appelle des modèles du type "quintessence",* poursuit Emilian Dudas. *Séduisants, mais ils impliquent des particules très légères qui n'ont jamais été observées. J'espère que parmi ces 10^{500} solutions, on en trouvera une qui rende compte de la constante cosmologique. »*

Impossible donc, de conclure, d'autant qu'il faudrait aussi prendre en compte l'inflation de l'Univers. Nous pourrions ainsi avoir un Univers fini, qui enfle à l'infini… On peut rêver sur les paradoxes qu'engendrerait un Univers sans fin. *« "Infini" est un mot impossible qui peut rendre possibles toutes sortes de choses,* conclut Jean-Philippe Uzan. *Par exemple, toutes les combinaisons d'atomes sont possibles dans un Univers infini. On peut ainsi calculer qu'il existerait une copie conforme de n'importe quel être humain à 10 puissance 10 puissance 28 mètres d'ici… ».* Vertige, on vous dit... ■

FABRICE NICOT

Extinction des étoiles, flamboiement de trous noirs… Dans un Cosmos en perpétuelle expansion, les événements les plus improbables finiront par arriver. Y compris… un nouvel Univers.

Quel scénario pour la fin du monde ?

En juillet 2018, les données définitives obtenues par le satellite Planck le confirmaient : oui, nous vivons bien dans un Cosmos empli à 68,3 % d'une énergie « sombre » dont on ignore la nature exacte. Elle semble se comporter comme une « constante cosmologique », une énergie inhérente au vide lui-même, qui ne se dilue pas à mesure que le Cosmos gonfle et provoque une gravité répulsive accélérant l'expansion cosmique. C'est le domaine d'études de Yann Rasera, chercheur à l'Observatoire de Paris : *« Comprendre la nature de l'énergie sombre est crucial pour prédire le futur de l'Univers. Car dans la plupart des modèles, si elle ne se dilue pas ou peu, elle finit par dominer, et l'expansion de l'Univers s'accélère de plus en plus. »*

Que l'énergie sombre nous surprenne à nouveau n'est pas exclu. Sa densité pourrait augmenter, ce qui, d'ici 50 à 100 milliards d'années, accélérerait l'expansion si brutalement que même les atomes seraient pulvérisés : c'est le scénario du Big Rip ou « grand déchirement ». L'Univers serait alors vite réduit à l'état de soupe claire de particules. Mais l'énergie sombre pourrait aussi s'évanouir et permettre à la gravité attractive exercée par la matière de stopper l'expansion puis de l'inverser, l'Univers s'effondrant alors en un Big Crunch, sorte de Big Bang à l'envers…

Néanmoins, les observations ne pointent pas dans ces directions. *« Aujourd'hui,* explique Yann Rasera, *le scénario très largement favori est le scénario ΛCDM : un Univers qui contient essentiellement de la matière noire dite froide (CDM, pour* cold dark matter*), c'est-à-dire composée de particules très massives, et une constante cosmologique Λ (« lambda », comme l'avait baptisée Einstein).* » Dans ce cas, tout porte à croire que cette dernière prolongera l'expansion cosmique indéfiniment. Autrement dit, l'Univers est là… pour l'éternité.

Cadavres stellaires, naines blanches et planètes glacées

Les conséquences d'un tel futur donnent le vertige. La première – à peu près certaine en l'état de nos connaissances – est que les étoiles finiront par disparaître. Le gaz interstellaire qui abonde aujourd'hui dans les galaxies, et à partir duquel elles naissent, est recyclé en permanence. Il forme des étoiles de toutes tailles qui finissent par exploser plus ou moins violemment en le restituant à la galaxie. Une infime partie de ce matériau est perdue à chaque cycle, figée qu'elle est sous forme de cadavres stellaires (naines blanches, étoiles à neutrons ou trous noirs), ainsi que d'étoiles à la longévité exceptionnelle : les naines rouges, extraordinairement économes de leur combustible et qui se refusent donc à restituer le gaz qui les constituent. À l'aune de l'éternité, le matériau qui forme les étoiles n'est donc pas une ressource renouvelable.

Les naines rouges, peu massives et peu chaudes, brûlent extrêmement lentement. Dans 100 000 milliards d'années, elles pourraient être les dernières étoiles à éclairer le ciel.

Dans 1 000 milliards d'années, à une époque où toute l'épopée du Soleil et de la vie sur Terre ne sera plus qu'un souvenir de la prime jeunesse de l'Univers, les seules étoiles qui brilleront encore seront donc ces naines rouges… Et il n'y aura plus une trace de gaz interstellaire pour en former de nouvelles. Certaines naines ne s'éteindront que bien plus tard, dans 100 000 milliards d'années. Un clin d'œil au regard de l'éternité… L'Univers entrera dans un nouvel âge des ténèbres – le second, après celui qui succéda immédiatement au Big Bang. Il ne contiendra plus que des cadavres stellaires ainsi que des planètes glacées… pour la plupart errant librement dans l'espace.

Et ensuite ? Il convient d'être prudent. Comme le note Yann Rasera, *« il existe des zones d'ombre naissantes dans le scénario*

NASA / ESA / STSCI / G.BACON

standard ». Non seulement on ne connaît toujours pas la nature exacte de l'énergie sombre, mais des incohérences apparaissent dans les mesures du rythme de l'expansion cosmique. « *La grande question est de savoir si ces zones d'ombre correspondent à une physique nouvelle – par exemple s'il s'agit d'indices concernant l'énergie sombre – ou simplement d'erreurs systématiques dans les observations et dans leur interprétation…* », s'interroge le chercheur. Ce que l'on peut dire sur la suite de l'histoire cosmique devient donc plus spéculatif. Mais continuons à prendre le modèle actuel d'expansion éternelle au sérieux.

Au cours de ce premier milliard de milliards d'années d'obscurité (à ce stade, l'ère lumineuse du Cosmos, que l'on pourrait résumer en « Big Bang-étoiles-vie-hop-c'est-fini » ne représente plus que 0,01 % de son histoire), les galaxies connaissent à leur tour le sort des systèmes planétaires : la plupart des restes d'étoiles et de planètes sont éjectés, les autres tombant en spirale dans les trous noirs supermassifs qui trônent en leur centre. Les galaxies se dissolvent progressivement. Puis… la lumière revient ! En effet, les physiciens Stephen Hawking et Jacob Bekenstein ont montré que les trous noirs ne sont pas… noirs. Ils rayonnent, tels des corps incandescents portés à une température inversement proportionnelle à leur masse. Plus ils rayonnent, plus ils perdent de masse. Ils se « réchauffent » donc et finissent par s'évaporer en un ultime flamboiement de lumière. Un trou noir de la masse du Soleil a une température d'environ 0,00000006 degré au-dessus du zéro absolu. Autant dire qu'il ne rayonne pas beaucoup. Mais encore une fois, si l'on attend assez longtemps…

« Il existe des zones d'ombre dans le scénario standard. La question est de savoir si elles correspondent à une physique nouvelle ou à des erreurs d'interprétation »

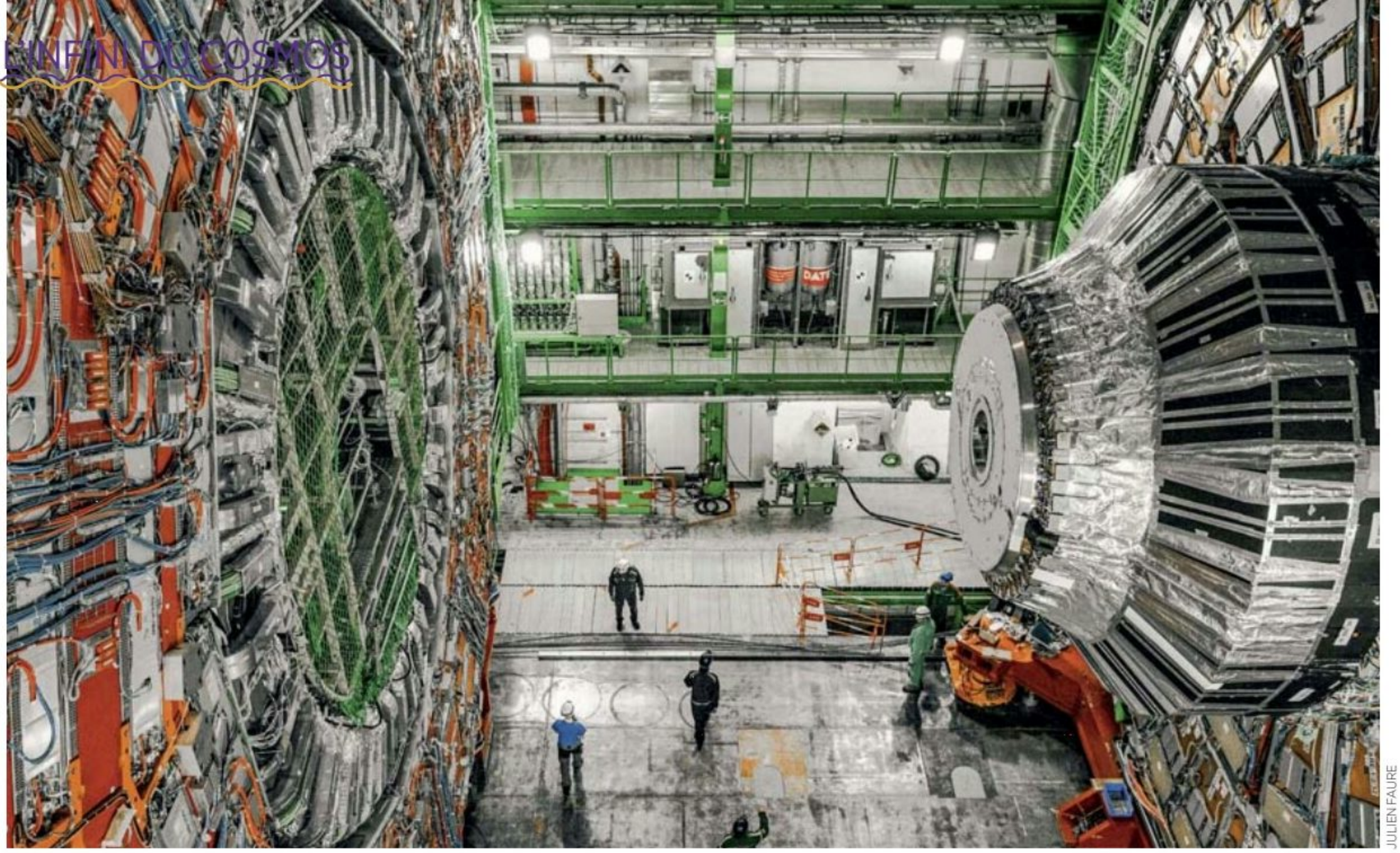
Yann Rasera,
chercheur au laboratoire Univers et théories (Luth) de l'Observatoire de Meudon

La chant du cygne des trous noirs illuminera les cieux

Dans 10^{100} milliards d'années, le chant du cygne des innombrables trous noirs qui peupleront alors l'Univers illuminera les cieux quelque temps. Puis le Cosmos entrera dans un troisième âge de ténèbres. La matière en dehors des trous noirs devrait elle aussi être réduite en rayonnement de lumière si, comme le suggèrent les théories d'unification de la physique des particules, le proton est instable sur des durées de l'ordre de 10^{40} ans. Si ce n'est pas le cas, il suffit d'attendre encore « un peu » pour que la matière finisse par disparaître : 10^10^26 années. Un nombre si gigantesque qu'il s'écrit avec plus de chiffres qu'il n'y a de molécules dans une bouteille d'eau… mais qui, encore une fois, n'est rien au regard de l'infini. Sur une telle durée, le très improbable événement qui verrait un morceau de matière – planète ou reste d'étoile – s'effondrer spontanément en trou noir par effet tunnel quantique devient une certitude. Une fois toute la matière transformée en trous noirs, elle s'évapore au bout de 10^{100} ans, c'est-à-dire – à cette échelle de temps – presque immédiatement. Voici le quatrième âge des ténèbres.

Et ensuite ? Êtes-vous prêt à attendre 10^10^10^56 années ? Dans ce cas, et si les lois de la mécanique quantique sont toujours valables, vous êtes à peu près certain qu'une excessivement improbable fluctuation du vide – denrée dont le Cosmos est désormais vertigineusement bien pourvu – provoquera quelque part un nouveau Big Bang. En fait, à cette échelle de temps, il ne serait même pas très étonnant que le vide donne naissance à plusieurs Univers, dont un identique au nôtre à sa naissance !

Si cette perspective, aujourd'hui favorite des astronomes, d'un Univers rigoureusement infini dans le temps est un jour confirmée, il faudra nous habituer à cette idée folle : au cours de l'éternité, absolument (presque) tout est (quasiment) certain d'arriver… ■ **RENÉ CUILLIERIER**



JULIEN FAURE

En physique des particules comme en cosmologie, les chercheurs doivent traiter des masses de données colossales. Une solution : l'apprentissage profond.

L'intelligence artificielle à la conquête des deux infinis

Né à Toulouse il y a un an à peine, le Laboratoire des deux infinis (L2IT) a des ambitions… sans mesure : étudier de façon « intelligente » à la fois l'infiniment petit, celui de la physique des particules, et l'infiniment grand, celui de la cosmologie ! Aujourd'hui, les gigantesques expériences mises en œuvre dans les deux domaines génèrent en effet des masses de données considérables. D'où la démarche de ce nouveau labo : faire appel à l'intelligence artificielle (IA). En particulier à l'apprentissage profond *(deep learning)*, basé sur des réseaux de neurones artificiels (réseaux d'équations mathématiques qui imitent certaines propriétés des neurones humains). Cette technique permet par exemple à des algorithmes de reconnaître et de classer des images avec une fiabilité de 95 % *(lire S. et A. hors-série nº 199, octobre 2019)*.

Une aubaine pour les physiciens des particules. En 2012, au LHC, l'accélérateur de particules géant du Cern situé sous la frontière franco-suisse, ceux-ci ont découvert le boson de Higgs. C'est la particule qui manquait au « modèle standard », un édifice construit au long du XXe siècle pour décrire l'infiniment petit, et qui comprend douze particules de matière (des quarks et des leptons) et trois forces (interactions forte et faible et électromagnétisme). *« Depuis lors, nous cherchons à étudier les propriétés du boson de Higgs, notamment certaines interactions très rares avec d'autres particules,* explique Jan Stark, directeur du L2IT. *Pour en provoquer quelques-unes, le taux de collisions entre particules dans l'accélérateur du Cern sera multiplié par cinq d'ici 2027. »*

D'ici 2027, le nombre de collisions entre particules initiées dans l'accélérateur du Cern pour étudier le boson de Higgs sera multiplié par cinq, faisant exploser le nombre de données à traiter.

Ces événements sont par exemple le « couplage » (interaction) du boson de Higgs avec une autre particule, ou encore sa désintégration, encore jamais observée, en une paire de muons (particules chargées négativement comme l'électron mais beaucoup plus lourdes). Enfin, les chercheurs souhaitent obtenir la preuve d'un phénomène très particulier, le « couplage trilinéaire » : un boson de Higgs donnant naissance à… deux bosons de Higgs. *« Il est prédit par le modèle standard, avec des caractéristiques bien précises. La moindre déviation dans les mesures par rapport à cette prédiction serait une remise en cause majeure du modèle »*, explique Jan Stark.

Au LHC, on enregistre déjà des milliards de collisions entre protons. Les particules générées, très fugaces, se désintègrent en d'autres particules qui traversent les détecteurs, chacune laissant une série de

signaux ponctuels. Il s'agit alors de reconstituer les trajectoires pour remonter aux particules générées. *« Les temps de calcul sont déjà énormes : près d'un million de cœurs de processeurs sont mobilisés pour traiter les données du Cern »*, souligne Jan Stark. Comment faire face à l'augmentation prévue du nombre de collisions ? *« Une piste prometteuse est d'utiliser les réseaux de neurones graphiques [ou GNN], qui prennent en compte des relations de causalité. Google en utilise pour savoir qui parle à qui sur les réseaux sociaux. Nous les adaptons pour relier entre eux les signaux ponctuels »*, explique le physicien.

Des ondes produites aux tout premiers instants de l'Univers

L'apprentissage automatique peut aussi être une aide précieuse pour ceux qui scrutent l'infiniment grand. Le 14 septembre 2015, l'expérience Ligo capte une déviation infime dans les faisceaux laser de deux interféromètres situés à plus de 3000 kilomètres de distance aux États-Unis. C'est la preuve directe tant attendue de l'existence des ondes gravitationnelles, qui font osciller l'espace-temps comme des vaguelettes à la surface de l'eau. Aujourd'hui, près de 40 événements ont été détectés par les observatoires Ligo et Virgo, son équivalent en Europe. Tous sont attribués à des fusions de deux types d'astres : les étoiles à neutrons et les trous noirs. Mais les chercheurs veulent aller plus loin : trouver les ondes gravitationnelles émises par les pulsars (des étoiles en rotation rapide), les supernovæ, et celles du « fond stochastique », un mélange d'ondes gravitationnelles de diverses origines célestes qui doit baigner l'Univers en permanence. Dans ce fond pourraient même se cacher des ondes gravitationnelles des tout premiers instants de l'Univers. Leur découverte aurait un impact considérable, car la prime enfance du Cosmos nous est aujourd'hui inaccessible.

« Détecter une onde gravitationnelle, c'est reconnaître un signal dans un bruit important, résume Damir Buskulic, du Laboratoire d'Annecy de physique des particules (LAPP), membre de la collaboration Virgo. *Il faut d'abord éliminer les perturbations extérieures capables d'influencer les faisceaux laser des interféromètres, comme des objets passant à proximité ou l'activité sismique terrestre. Ensuite, il faut détecter dans les données les "sursauts", des perturbations du système qui n'ont rien à voir avec des ondes gravitationnelles. »* Identifier et classer ces sursauts se révèle difficile et gourmand en temps de calcul avec les méthodes informatiques classiques. *« Une solution est l'apprentissage machine par* deep learning *»*, souligne Damir Buskulic.

Mais les réseaux de neurones doivent être entraînés, grâce aux données recueillies, mais aussi via un programme de Science participative lancé par la collaboration Ligo : Gravity Spy, qui invite les internautes à classer les sursauts en fonction de leur morphologie. Il s'agit ensuite de repérer les signaux des ondes gravitationnelles. *« Nous allons réaliser des modèles des ondes attendues pour les pulsars, les supernovæ… et entraîner les algorithmes avec »*, poursuit Damir Buskulic. Ligo et Virgo n'ont pas encore la sensibilité nécessaire pour accéder au fond stochastique. Ce sera, au mieux, pour leurs prochains cycles d'observation, ou pour des instruments encore à l'étude : le Einstein Telescope et la mission Lisa, qui partira observer les ondes gravitationnelles dans l'espace après… 2035. ■ **JEAN-FRANÇOIS HAÏT**

Le programme Gravity Spy : https://www.zooniverse.org/projects/zooniverse/gravity-spy/about/research

COURTESY DAMIR BUSKULIC

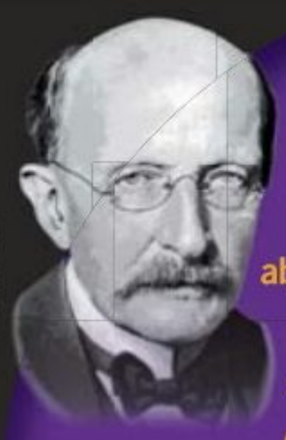
« Nous allons réaliser des modèles des ondes gravitationnelles attendues pour les pulsars, les supernovæ… et entraîner les algorithmes avec »
Damir Buskulic, membre de la collaboration Virgo

L'Univers lointain en petits cubes

Les premières étoiles se sont formées 300 millions d'années après le Big Bang. Mille fois plus grosses que le Soleil, elles rayonnent alors fortement et ionisent le gaz environnant, formant autour d'elles de gigantesques bulles. C'est la « réionisation », qui se déroule durant le premier milliard d'années de l'Univers. Cette époque n'a encore jamais été observée. ***« Nous avons construit un modèle numérique qui simule la réionisation, ce qui permet de déterminer les conditions physiques du gaz à la fin du processus. Ce gaz a produit la deuxième génération de galaxies, et nous sommes capables, elles, de les observer. Nous pouvons ainsi améliorer le modèle »,*** **explique Jonathan Chardin, de l'Observatoire astronomique de Strasbourg. Pour cette simulation, les chercheurs représentent l'Univers sous forme d'un cube de 100 mégaparsecs (1 parsec = 3,26 années-lumière) de côté, lui-même formé d'un milliard de petits cubes. Dans chacun d'entre eux, les chercheurs « introduisent » de la matière noire (la matière invisible qui constituerait 27 % de l'Univers), du gaz, et reproduisent les effets de la gravité. Les étoiles se forment, et le rayonnement qu'elles émettent ionise le gaz environnant.** ***« Simuler 700 millions d'années d'évolution, c'est énorme. Nous devons utiliser les plus grands supercalculateurs au monde »,*** **souligne Jonathan Chardin. L'étape du transfert du rayonnement est très gourmande en temps de calcul. C'est pourquoi les chercheurs ont créé Cradle (Cosmological Reionisation and Deep Learning), un réseau de neurones qui a permis de diviser par 100 sa durée. Objectif suivant : simuler l'intégralité de la réionisation. Et ce, avant que la future génération d'instruments dans l'espace (le télescope James Webb) et au sol (les radiotélescopes Lofar et Ska) ne livrent les premières observations de ces époques reculées.**

Toutes les mesures du monde

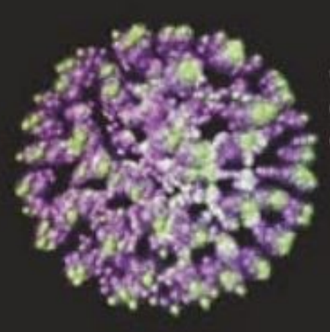
De l'atome aux galaxies en passant par la fourmi, tout dans l'Univers est mesurable. Seuls nous échappent les « objets » les plus extrêmes, que ne peut décrire la physique actuelle.



AKG IMAGES

Vers 1900, alors que la physique classique n'explique pas pourquoi un corps totalement absorbant, dit « noir », n'émet pas une énergie infinie, l'Allemand Max Planck en vient à considérer que l'énergie se transmet non pas en continu mais par paquets. Il donne à ces paquets le terme de quantas, multiples d'une valeur minimale, la constante dite de Planck, égale à 6,6 10^{-34} joule. À partir de là, il élabore tout un système de valeurs minimales en deçà desquelles la physique connue n'a plus cours. La longueur de Planck est ainsi de 1,616 10^{-35} m et le temps de Planck, nécessaire à une particule pour parcourir cette distance, de 5,391247 10^{-44} s. À l'autre extrémité de l'échelle, la température maximale doit être de 1,417 10^{32} kelvins (température de Planck).

Du tout petit au très très grand



Quarks du noyau d'un atome d'uranium

10^{-18} m
Quark
S'ils ne sont pas ponctuels, ces composants théoriques des protons et des neutrons, ou d'autres particules appelées mésons, ont au plus cette taille. Ils ne sont jamais seuls dans la nature, mais s'assemblent par 2 ou 3. Aucun n'a jamais été observé.

$1{,}6\ 10^{-35}$ m
Longueur de Planck
Pour observer une particule de cette taille, il faudrait une énergie équivalente à la masse de l'Univers tout entier. Impossible à vérifier...

SCIENCE PHOTO LIBRARY - SHUTTERSTOCK

10^{-10} m
Atome
À cette dimension, on commence à voir des détails avec un microscope à effet tunnel.

Représentation d'un atome, avec son noyau cerné par ses électrons

10^{-9} m
Diamètre de la molécule d'ADN
Visible par un microscope électronique à transmission.

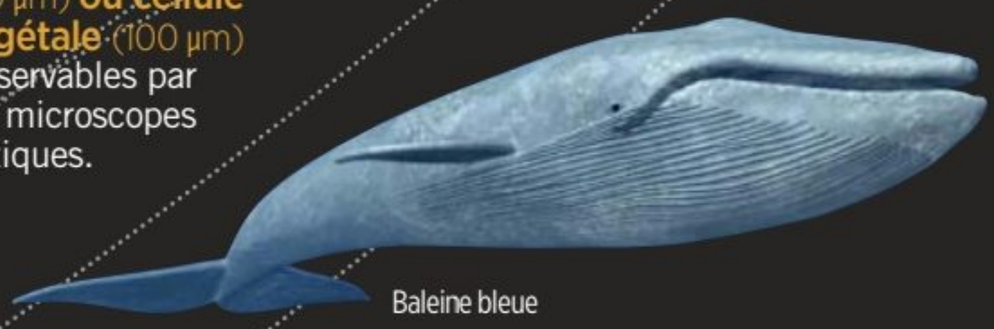
Tige de fougère

10^{-4}-10^{-5} m
Cellule animale (20 µm) **ou cellule végétale** (100 µm)
Observables par les microscopes optiques.

Fourmi de forêt

10^{-3}-10^{-2} m
Fourmi (de 1 à 10 mm)
Visible à l'œil nu.

10^{0} m
Homme (1,70 m) **ou animal** (baleine bleue, 30 m)
Visible à l'œil nu.



Baleine bleue

Tout un symbole

Cette élégante courbe plane en forme de 8 couché, que l'on rapproche parfois de la lemniscate du Suisse Bernouilli ou d'un ruban de Möbius, aurait été utilisée pour la première fois par le mathématicien anglais John Wallis (1616-1703) pour simplifier ses calculs.

Galaxie d'Andromède

10^{26} m
Diamètre de l'Univers observable en tenant compte de l'expansion de l'Univers (46,376 milliards d'années-lumière). Distance théorique selon la date du Big Bang.

10^{24} m
Diamètre de Laniakea (500 millions d'années-lumière). le superamas de galaxies auquel nous appartenons. Reconstitution par modèle.

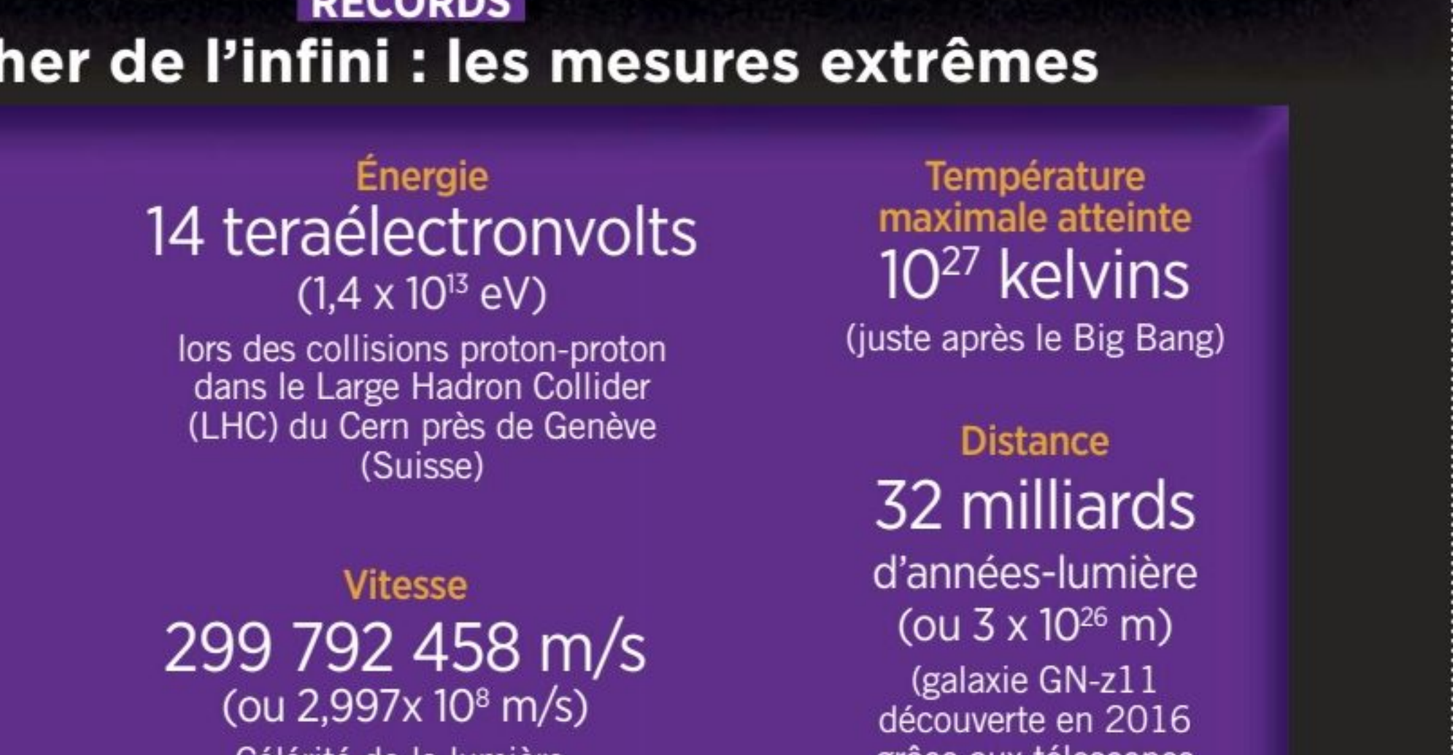
10^{22} m
Distance de la galaxie d'Andromède (2,9 millions d'années-lumière). Visible au télescope.

10^{21} m
Diamètre de la Voie lactée (environ 100 000 années-lumière). Visible au télescope observant d'autres galaxies.

10^{11} m
Distance Terre-Soleil (149 597 870 km) Mesure par parallaxe.

10^{9} m
Diamètre du Soleil (1 392 000 km). Visible au télescope solaire.

10^{7} m
Diamètre de la Terre (12 792 km) Visible depuis les satellites.



La Terre

L'infini, combien de divisions ?

Préfixes de grandeur

10^{24}	yotta
10^{21}	zetta
10^{18}	exa
10^{15}	peta
10^{12}	téra
10^{9}	giga
10^{6}	méga
10^{3}	kilo
10^{2}	hecto
10	déca
1	unité
10^{-1}	déci
10^{-2}	centi
10^{-3}	milli
10^{-6}	micro
10^{-9}	nano
10^{-12}	pico
10^{-15}	femto
10^{-18}	atto
10^{-21}	zepto
10^{-24}	yocto

RECORDS

S'approcher de l'infini : les mesures extrêmes

Température minimale
5 10^{-7} kelvin
Obtenue en 2015 en laboratoire au MIT (Massachusetts, États-Unis)

Énergie
14 teraélectronvolts
(1,4 x 10^{13} eV)
lors des collisions proton-proton dans le Large Hadron Collider (LHC) du Cern près de Genève (Suisse)

Température maximale atteinte
10^{27} kelvins
(juste après le Big Bang)

Nombre de neurones dans le cerveau humain
86 milliards
(8,6 x 10^{7})

Vitesse
299 792 458 m/s
(ou 2,997x 10^{8} m/s)
Célérité de la lumière. Record imbattable.

Distance
32 milliards d'années-lumière
(ou 3 x 10^{26} m)
(galaxie GN-z11 découverte en 2016 grâce aux télescopes Hubble et Spitzer).

Nombre de galaxies observables
Environ 2 000 milliards
(2 x 10^{12})

Magnétisme
45,5 teslas
Obtenu en juin 2019 par le Maglab (Floride, États-Unis).

Nombre d'atomes dans l'Univers observable
10^{80}

SIPA – CC – GETTY IMAGES

Pages réalisées par Jacques-Olivier Baruch

Un astronaute marche dans l'espace au-dessus de la Terre en 1984. Le dispositif qui'il porte sur le dos, nommé MMU (Manned Maneuvering Unit), lui permet de se déplacer de manière autonome.

DETLEV VAN RAVENSWAAY / SCIENCE PICTURE LIBRARY

Cauchemars, anxiété, crises de panique à la vue d'un ciel étoilé… L'apéirophobie, ou peur de l'infini, renvoie à la finitude de l'être humain face à l'immensité du monde.

L'angoisse des possibles

Vers l'âge de dix ans, j'ai commencé à faire des cauchemars récurrents. Je rêvais que je tombais dans l'espace sans pouvoir m'arrêter », se souvient Céline Lalu, consultante en communication. Son sommeil s'en trouve altéré. La jeune femme parvient à se débarrasser de cette phobie à l'âge adulte : *« Ma crainte de l'infini s'est transformée en peur de la mort. J'en ai fait des crises d'angoisse. Elles sont passées naturellement au fur et à mesure que j'apprenais à me connaître et à avancer dans la vie. »*

L'expérience de Céline est typique de la peur de l'infini. Une peur qui porte un nom : l'apéirophobie – du grec *apeiros*, espace ouvert, sans fin. Peu de recherches ont été entreprises sur ce sujet presque… insaisissable. *« L'infini échappe à notre expérience sensorielle et donc à notre perception,* note le neuroscientifique Christophe Rodo. *Or notre cerveau est probabiliste. Il a besoin de comprendre et d'anticiper. Il n'aime pas l'inconnu qui met en branle son système d'alarme : la peur, qui prépare notre organisme à réagir. »*

C'est vers l'âge de 8 ou 9 ans que les enfants commencent à appréhender la notion d'infini. Ils réalisent que *« pour n'importe quel nombre, il existe un nombre plus grand,* raconte Karine Mazens, maîtresse de conférences en psychologie et neurocognition à l'université Grenoble-Alpes. *Au même moment, ils se questionnent sur la mort. »*

La peur de l'infini est en effet liée aux interrogations métaphysiques sur le sens de la vie. *« Ces questionnements existentiels se développent à l'adolescence : un moment où l'on manque de certitudes et d'assurance sur l'avenir et où l'on peut, pour les plus anxieux, se laisser envahir par ces interrogations sans réponses immédiates,* analyse le professeur de psychiatrie et chercheur à l'Inserm Antoine Pelissolo. *Une fois que l'on est installé dans la vie, avec un travail, une famille, on a plus d'assises, on a balisé les possibles. »*

Les religions monothéistes ont un discours qui rassure

Des craintes qui peuvent également entrer en résonance avec la peur de la mort et son négatif : la peur de la vie éternelle. *« L'infini peut être angoissant car il interroge notre rapport à l'existence »*, abonde Pierre Guenancia, professeur émérite d'histoire de la philosophie à l'université de Bourgogne. Il nous renvoie à notre propre finitude. La plupart des religions tentent d'apporter des réponses à ces questionnements. Pour un croyant, l'infini, c'est souvent Dieu. *« Les religions monothéistes n'offrent*

pas de solutions, mais elles ont un discours qui produit du sens, une assurance, une paix, note Brigitte Cholvy, professeur de théologie à l'Institut catholique de Paris. *Elles donnent une perspective. La relation actuelle à Dieu vient se placer entre le fini et l'infini. »*

L'infini remet l'homme à sa place, pour ainsi dire. *« Le silence de ces espaces infinis m'effraie »*, écrit le mathématicien et philosophe Blaise Pascal dans ses *Pensées* dès le XVII[e] siècle. *« Il est l'un des premiers à mesurer la disproportion entre la place que l'homme pense avoir et l'Univers*, reprend Pierre Guenancia. *L'infini plonge l'humanité dans le néant. »*

Une révélation qui se rejoue à travers les siècles. Francis Rocard, responsable des programmes d'exploration du Système solaire au Cnes (Centre national d'études spatiales), est sur la même ligne : *« J'ai vraiment intégré l'immensité du Cosmos pendant mon DEA d'astrophysique, dans les années 1980. Une prise de conscience déprimante, car elle ferme les portes des possibles. Quand nous nous déplaçons dans l'Univers, nous n'allons pas loin et nous y allons… lentement. Les sondes actuelles atteindraient Proxima du Centaure, l'étoile la plus proche du Système solaire, en plusieurs dizaines de milliers d'années. La lumière met 100 000 ans à traverser notre galaxie. L'infini rend humble et modeste. Nous ne sommes qu'un grain de poussière dans l'immensité. »*

Si l'infini suscite des questionnements existentiels chez tout un chacun, l'apéirophobie touche, elle, beaucoup moins de personnes. Et surtout, elle reste dans la sphère de l'intime : ses victimes en parlent peu, hormis sur internet où quelques forums font état de leurs affres. *« Personne ne consulte pour l'apeirophobie*, relève Jean Naudin, philosophe et professeur de psychiatrie à l'université d'Aix-Marseille. *Elle se révèle chez des patients sujets à des crises d'angoisse ou de panique. »* Le médecin se souvient ainsi de cet homme de soixante-deux ans qui évoqua, un jour, un événement survenu lorsqu'il en avait quatorze. Un souvenir qui éclaire son anxiété : *« Il était dans un stade avec des camarades, il regardait le ciel, immense, bleu. Il s'est dit qu'il n'était rien à côté du ciel, et il s'est soudain liquéfié comme si son corps chutait et que le sol se dérobait sous ses pieds… »*

Les cas pathologiques peuvent s'exprimer à travers diverses formes. Les TOC (troubles obsessionnels compulsifs) en sont une. *« Ces patients passent leur temps à séparer, à dénombrer, à réduire la multitude des possibles, de sorte que l'infini n'existe plus. Poser des limites les rassure énormément »*, détaille Jean Naudin. L'agoraphobie, sous son aspect de crainte des espaces sans limite, est une autre manifestation de l'apéirophobie. *« L'absence de repères, le sentiment de perte de contrôle génèrent la peur*, note Antoine Pelissolo. *Un cercle vicieux s'installe : plus on y pense, plus on a peur et plus on refuse de se confronter à la réalité. »* Une nature anxieuse constitue un terrain propice. Pour Antoine Pelissolo, *« ces personnes doivent accepter qu'il y a des choses qu'on ne peut pas contrôler ou vérifier, et que certaines questions restent sans réponse »*. Une psychothérapie peut leur être d'un grand secours. ■ **SYLVIE LECHERBONNIER**

« La tête dans le cerveau », podcast du neuroscientifique Christophe Rodo

Elles voient des microbes partout !

Si l'Univers peut être une source intarissable d'angoisse, plus proche de nous, les microbes et les virus aussi ! *« L'infiniment petit inquiète principalement les personnes hypocondriaques ou souffrant de troubles obsessionnels compulsifs*, pointe Vincent Trybou, psychologue au CTAH (Centre des troubles anxieux et de l'humeur) à Paris. *Ces dernières se focalisent sur les micro-organismes car leur présence n'est pas facilement vérifiable, et ils sont donc potentiellement partout. Elles auront beau se laver les mains des dizaines de fois par jour, nettoyer sans cesse leurs vêtements ou leur logement, elles ne les trouveront jamais assez propres pour se sentir apaisées. » « Les mêmes mécanismes sont à l'œuvre pour l'infiniment petit et pour l'infiniment grand*, précise Antoine Pelissolo. *Dans les deux cas, un environnement impossible à maîtriser. Absence de repères et manque de contrôle jouent donc à fond. »* La compulsion peut alors se répéter, car il n'y a aucune limite à lui opposer.

Invisibles, les virus peuvent être source d'angoisse en tout temps.

SHUTTERSTOCK

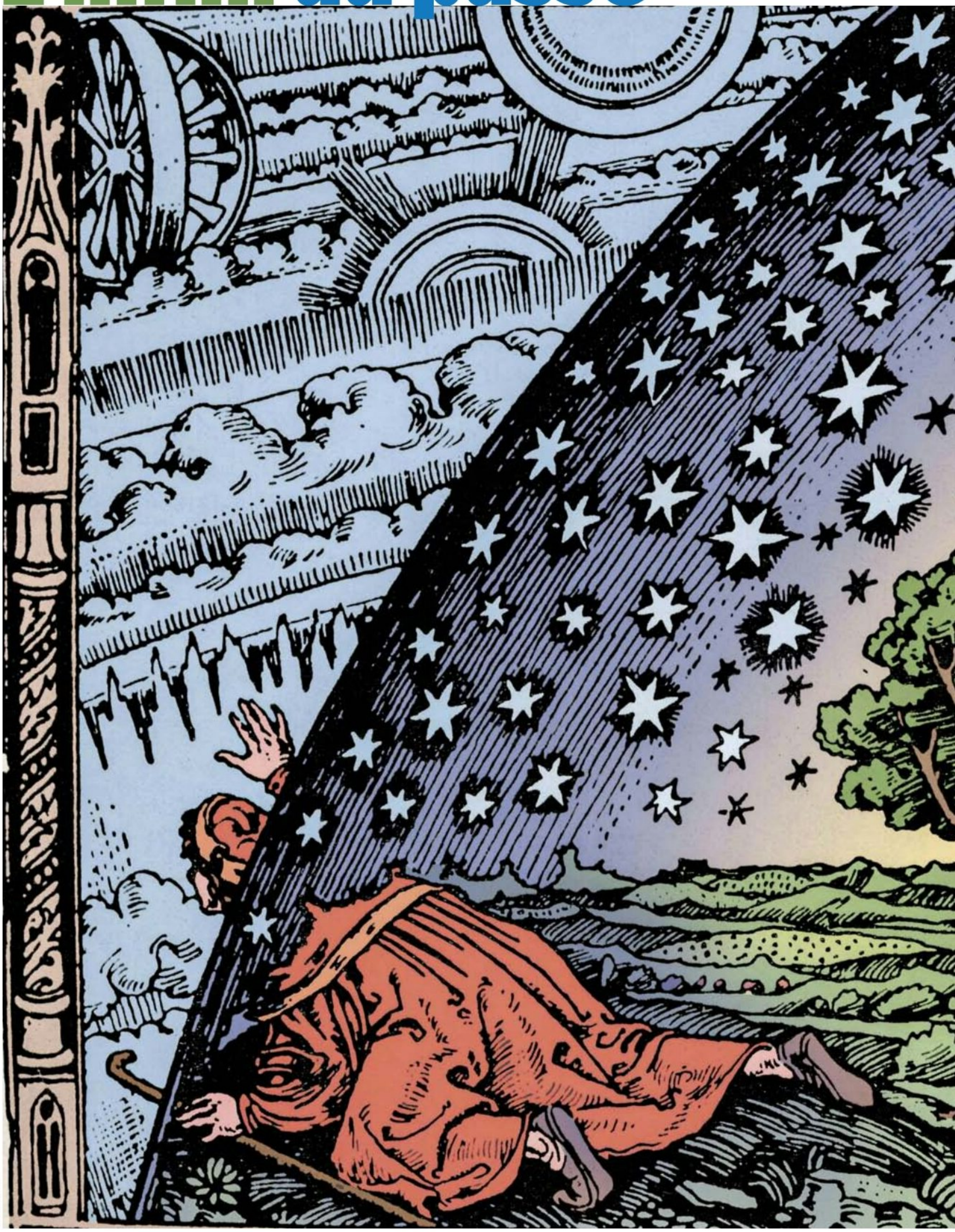
les **faux** infinis

La « boucle infinie », hantise du programmeur

ROCCO

La « boucle » est l'une des structures fondamentales des programmes informatiques. Elle permet de faire exécuter par l'ordinateur la même séquence d'instructions, *x* fois, tant qu'elle satisfait à telle ou telle condition. Exemple : « Tant que ma liste des choses à faire n'est pas vide, faire la chose en haut de la liste puis la rayer. » La même requête est ainsi posée successivement jusqu'à ce qu'aucune action supplémentaire ne soit plus nécessaire. Mais cette condition doit être formulée très précisément (par le programmeur), sans quoi elle risque d'être indéfiniment satisfaite… Et c'est le *bug* ! Le programme « boucle » alors indéfiniment. Pour la petite histoire, Apple avait baptisé Infinite Loop la rue reliant les six bâtiments de son siège historique à Cupertino. Un clin d'œil au cauchemar des programmeurs ? **PIERRE VANDEGINSTE**

L'infini au passé



AKG IMAGES

Les Grecs tremblaient de peur à la pensée de nombres sans fin, inachevés. Le moine Giordano Bruno fut brûlé pour avoir imaginé une myriade de mondes, tous chantant la gloire de Dieu. Tandis qu'en Orient, de savants mathématiciens inventaient d'innombrables infinis pour mettre l'homme à sa juste place dans le Cosmos... Oui, l'infini a une histoire !

Dès l'Antiquité, l'homme s'est demandé ce qu'il y avait au-delà des limites de l'Univers. Gravure sur bois tirée de la *Météorologie populaire* de Camille Flammarion (1888).

Deux mille cinq cents ans pour approcher l'inconcevable

Étrange et paradoxal, fascinant voire dangereux, le concept d'infini a alimenté la réflexion des philosophes et savants pendant des siècles, effrayant les théologiens médiévaux qui y voyaient une offense à Dieu… Jusqu'à devenir indispensable à la science.

SHUTTERSTOCK

La pensée d'Aristote a dominé les débats sur l'infini jusqu'au Moyen Âge. Statue du philosophe à Stagire, sa ville natale (Grèce).

« La seule chose qui soit vraiment infinie est notre ignorance. » C'est pour tenter d'en savoir un peu plus que le physicien Carlo Rovelli s'est lancé dans une quête qui l'a conduit, en 2015, à consacrer un livre à un philosophe grec peu connu, Anaximandre de Milet, né il y a vingt-six siècles environ. *« Anaximandre est le premier à avoir compris que le ciel n'est pas une boîte fermée avec des murs et un plafond sur lequel sont fixés le soleil et les étoiles, comme le pensaient les traditions précédentes, notamment celles d'Égypte, de Chine et de Babylone »,* s'enthousiasme-t-il. Autrement dit, il découvre que notre monde s'étend bien au-delà de notre horizon visuel. Pour autant, *« s'il existe des textes qui rapportent qu'Anaximandre a évoqué un monde infini, c'est seulement de manière très vague »,* souligne le physicien. Comme son maître Thalès, Anaximandre cherche à ramener toute chose à un principe organisateur unique. Mais alors que pour son aîné, cette substance primordiale était l'eau, Anaximandre voit en l'*apeiron* – l'illimité ou l'indéfini – la base de toute chose.

Quelques décennies plus tard, avec Pythagore et ses disciples, l'infini va surgir en mathématiques, porté par une interrogation qui nous semble aujourd'hui toute simple : quel est le rapport entre la diagonale d'un carré et son côté ? La réponse est alors loin d'être évidente, car les savants grecs ne connaissent que deux sortes de nombres : les entiers, et les fractions qu'ils permettent d'engendrer. Or, la diagonale et le côté d'un carré sont incommensurables, découvrent les pythagoriciens. Autrement dit, il n'existe pas de nombre entier dont ces deux segments seraient des multiples. Et pour cause, le rapport entre les deux vaut $\sqrt{2}$, une quantité irrationnelle, impossible à exprimer sous forme d'un ratio, et pour les Grecs, contraire à la raison ! Comme l'a expliqué la philosophe et mathématicienne Hourya Benis-Sinaceur, de l'Institut d'histoire et philosophie des sciences et des techniques (université Paris Panthéon Sorbonne), lors d'un colloque en 2018 (1), cette découverte *« fut un choc dont résulta la distinction de genre entre nombre et grandeur continue ».* Un bouleversement tel qu'il suscitera une légende rapportée au Ve siècle après J.-C. par le philosophe grec Proclus : *« On dit que les gens qui ont divulgué les nombres irrationnels ont péri dans un naufrage jusqu'au dernier, car l'inexprimable, l'informe, doit être absolument tenu secret. »*

Le paradoxe d'Achille : sur une distance finie, le héros ne parvient pas à rattraper la tortue

Le « choc » décrit par Hourya Benis-Sinaceur va engendrer des développements féconds au cours des décennies suivantes, avec les travaux de Parménide et surtout de son élève Zénon d'Élée (Ve siècle avant J.-C.). *« Ce dernier nous a légué toute une série de paradoxes portant sur l'infini,* raconte Carlo Rovelli. *Il explique par exemple que l'on peut diviser par deux un segment de longueur finie une infinité de fois. »* Un autre de ces paradoxes met en scène le légendaire Achille. Le héros mythologique doit rattraper une tortue sur une distance finie, au prix d'un handicap de départ de cent mètres puisque cette dernière est beaucoup plus lente. Selon Zénon d'Élée, il n'y parviendra pas, car à chaque avancée du guerrier, la tortue aura elle aussi progressé. Autrement dit,

« Le Grec Anaximandre est le premier à avoir compris que le ciel n'est pas une boîte fermée »

Carlo Rovelli, cosmologiste, université d'Aix-Marseille

BRIDGEMAN IMAGES

pour le philosophe, la somme d'un nombre infini de longueurs de plus en plus petites ne peut être finie. Cette conclusion contraire à l'expérience ordinaire ne sera totalement démentie qu'au XVII^e siècle par le mathématicien écossais James Gregory, qui montre qu'une somme infinie de nombres strictement positifs peut converger vers un nombre fini. Par exemple, la série 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32… converge vers 1. Dans l'intervalle, ce paradoxe d'Achille aura alimenté la réflexion des mathématiciens et philosophes pendant de nombreux siècles…

Le Moyen Âge reprend la conception grecque d'un Univers fini et immuable. Miniature d'un manuscrit de 1276-1277 de l'ouvrage *De Philosophia Mundi* par Guillaume de Conches (v. 1080-1154).

« C'est Aristote, au IV^e siècle avant J.-C., qui va poser le cadre conceptuel de l'infini voué à rester en vigueur au moins jusqu'au mathématicien tchèque Bernhard Bolzano, au début du XIX^e siècle », explique Hourya Benis-Sinaceur. Il distingue l'« infini en acte », effectif et concret, qui ne peut se réaliser dans la nature, et l'« infini en puissance », celui ●●●

Giordano Bruno, prophète de l'infini, brûlé vif par l'Église

Vous qui prononcez contre moi cette sentence, vous avez peut-être plus peur que moi qui la subis. » C'est ce qu'aurait crié Giordano Bruno, le 8 février 1600, alors que les inquisiteurs le condamnaient au bûcher. Né près de Naples en 1548, Giordano Bruno entre dans l'ordre dominicain à 17 ans avant d'être reçu docteur en théologie. En 1576, menacé d'un procès en hérésie car il rejette de nombreux dogmes de la doctrine catholique (damnation éternelle, virginité de Marie, etc.), il abandonne le froc dominicain, s'enfuit de son couvent et entame un périple de quinze ans à travers l'Europe, fuyant de ville en ville. Giordano Bruno sera excommunié plusieurs fois, par la Genève calviniste en 1578 et par l'Église luthérienne en 1588. Il séjourne cinq années en France, entre 1578 et 1583, protégé par le roi Henri III qui est impressionné par sa mémoire prodigieuse, puis à nouveau entre 1585 et 1586, jusqu'à ce que le roi l'abandonne en raison de ses idées trop révolutionnaires. En 1591, Bruno s'installe à Venise, invité par un jeune noble, avant que ce dernier, insatisfait de ses enseignements, ne le dénonce à l'Inquisition. Blanchi à Venise, il est néanmoins extradé au Vatican sur la demande insistante du pape Clément VIII. S'ensuivent près de huit années de procès. « *Sur la dizaine d'actes d'accusation, deux portent sur la cosmologie prônée par Giordano Bruno : l'héliocentrisme inspiré de Copernic [le fait que la Terre tourne autour du Soleil et non l'inverse] et l'infinité de l'Univers*, explique Jean Seidengart. *On le sait grâce à un résumé du procès retrouvé dans les archives secrètes du Vatican et publié en 1942. C'est le seul document connu relatif à ce procès. Ces archives, apportées à Paris par Bonaparte qui voulait réhabiliter Bruno et Galilée, ont été restituées aux États pontificaux par Louis XVIII. Mais à l'occasion de ces transferts, de nombreux documents ont été volés ou perdus.* »

L'instruction de l'affaire est confiée au cardinal Bellarmin. « *Celui-ci acceptait l'héliocentrisme à condition qu'on ne l'affirme pas comme une vérité, celle-ci ne pouvant émerger que de la Bible* », explique Jean Seidengart. Il l'écrira dans une lettre adressée en 1615 à Paolo Foscarini, un carmélite qui vient de publier un ouvrage défendant l'héliocentrisme – un an avant que cette idée ne soit déclarée hérétique et l'ouvrage interdit : « *Il me semble que votre Révérence et le Seigneur Galilée agiront prudemment en se contentant de parler par hypothèse.* » Mais de prudence, Bruno en manque, lui qui pense que son idée d'un Dieu présent partout dans un Univers infini mais constitué d'une infinité de mondes finis ne peut que renforcer la religion catholique. Son refus de se rétracter, les accusations de blasphème, sa pratique des arts divinatoires, lui vaudront une condamnation sans appel. Le 17 février 1600, Giordano Bruno est livré aux flammes sur le Campo de' Fiori… la langue clouée pour le réduire au silence.

ALAMY / PHOTO 12

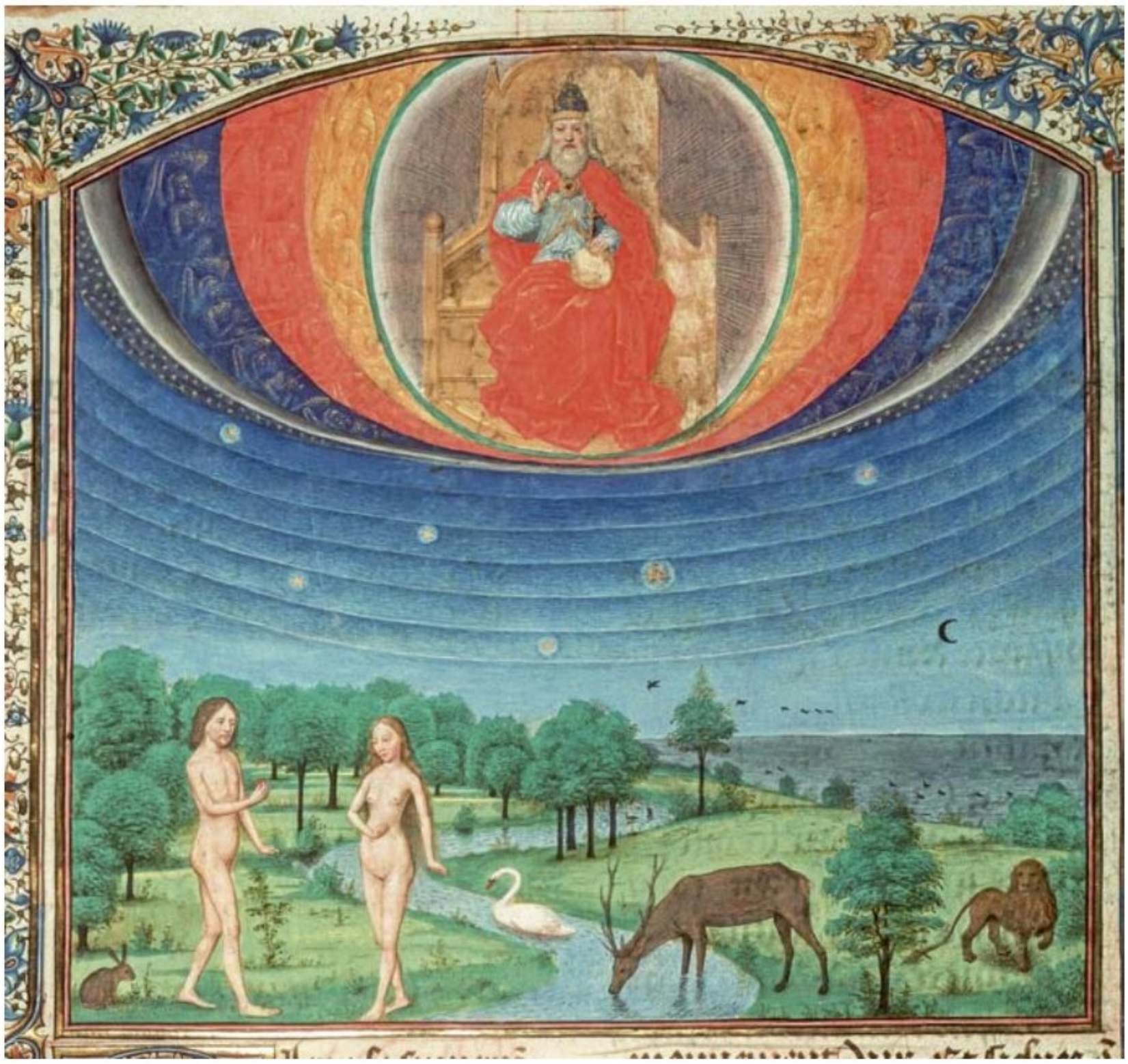
Relief en bronze placé à la base d'une statue de Giordano Bruno sur le Campo de' Fiori à Rome, à l'endroit où le moine cosmologiste a été exécuté.

●●● que peuvent imaginer les hommes, le seul à exister réellement. « *Il appelle ce dernier infini potentiel : il correspond à l'idée qu'il existe toujours un nombre plus grand que celui qu'on considère* », confirme Jean-Paul Delahaye, mathématicien et chercheur en informatique à l'université de Lille. Ce qu'établira Euclide vers 300 avant J.-C. Dans son livre III de la *Physique*, Aristote écrit ainsi que les mathématiciens « *n'ont pas besoin et ne font pas usage de l'infini ; ils utilisent des grandeurs aussi vastes qu'ils le souhaitent, mais limitées* ». Pour lui, un objet est formé d'un nombre fini de parties – il n'y a donc pas d'infini en acte – mais il peut être divisé, potentiellement, en une infinité de parties.

Cette mer sous les enfers, sans rives, ni fond, ni repères, où l'on jetait les dieux déchus

Ce malaise sur la question de l'infini a été résumé à merveille par le philosophe Tony Lévy lors d'un colloque intitulé *Histoire d'infini* (2) : « *L'infini est donc irréductiblement opposé au fini, lequel est associé à la forme, la perfection, la totalité, l'Un. L'infini est perçu et défini comme inachèvement, imperfection, multiplicité.* » Pour Platon ou Aristote, le monde est fini, formé d'un emboîtement de sphères. À l'image de Démocrite (Ve-IVe siècle), les atomistes grecs imaginent quant à eux un monde infini constitué d'atomes. Mais c'est le postulat d'Aristote qui va traverser les siècles, presque inébranlé, jusqu'au XVIe siècle. « *Les Grecs avaient très peur de l'infini*, rappelle le philosophe et historien des mathématiques Jean-Marie Nicolle. *Ils l'assimilaient un peu à la mer du Tartare, ce lieu sous les enfers où l'on jetait les dieux déchus, sans rives, ni fond, ni repères.* »

Au VIe siècle, Jean Philopon, dit le Grammairien, va pointer une contradiction dans le discours d'Aristote. Car tout en n'admettant pas l'existence d'un infini en acte, celui-ci affirme l'éternité du temps et du mouvement, qui n'auraient ni commencement ni fin. Un postulat qui ne résiste pas à la réflexion de Philopon, ainsi que le raconte Tony Lévy : « *Si le monde était sans commencement, le nombre [des hommes] engendrés jusqu'au temps de Socrate, par exemple, serait infini, mais si on ajoutait à ce nombre celui des hommes engendrés depuis Socrate jusqu'au temps présent, alors quelque chose serait plus grand que l'infini ; ce qui est impossible. Et le nombre des hommes engendrés étant infini, celui des chevaux engendrés étant infini, l'infini serait donc doublé ; si l'on ajoute le nombre des chiens, l'infini serait triplé […]. Voilà qui est impossible à l'extrême. Car il n'est rien de plus grand que l'infini…* » Par la suite, écrit toujours Tony Lévy, Jean Philopon développe dans



AKG IMAGES

Contra Aristotelem un raisonnement similaire en s'appuyant cette fois sur le mouvement des astres. Autrement dit, l'absence d'infini en acte interdit d'imaginer l'éternité du temps et du mouvement.

Après l'effondrement du monde grec et l'essor de Rome, les mathématiques vont connaître une période de stagnation en Occident jusqu'à la Renaissance, tout en poursuivant leur essor dans le monde arabe et en Inde *(lire p. 36-39)*. En revanche, l'infini va peu à peu pénétrer les débats théologiques occidentaux. Avec difficulté car, on l'a vu, depuis les Grecs, l'infini n'est qu'imperfection. Comment Dieu, qui est la perfection même, pourrait-il engendrer des choses imparfaites ? *« Cet embarras va durer des siècles »*, insiste Hourya Benis-Sinaceur. Jean Damascène (675-750) est le premier à jeter un pont entre la philosophie aristotélicienne et la religion, avec une formule qui rencontrera un grand succès, surtout à la fin du Moyen Âge : *« Dieu est un océan infini et indéterminé de substance. »* Mais c'est surtout Thomas d'Aquin (1225-1274) qui va réconcilier la pensée chrétienne et la philosophie d'Aristote, en réaffirmant la perfection et le caractère infini de Dieu. *« D'imperfection, l'infini devient perfection. Seulement, cette réévaluation de l'infini ne vaut que pour Dieu. C'est uniquement un infini théologique. Le monde, lui, reste fini et l'espace demeure nécessairement limité »*, explique Jean-Marie Nicolle. Les débats vont se poursuivre au cours des XIIIe et XIVe siècles, mêlant cosmologie et religion. C'est notamment le cas avec Nicolas Oresme (1323-1382), philosophe et savant qui fut évêque et conseiller du roi de France Charles V. Oresme considère *« qu'il est nécessaire qu'existe un espace infini pour que Dieu puisse éventuellement y placer un être. Cet espace, c'est l'immensité même de Dieu »*, résume Jean-Marie Nicolle.

Philosophes et théologiens chercheront pendant des siècles à concilier l'affirmation d'Aristote selon laquelle le temps est éternel avec le récit de la Création du monde, qui marque selon la Bible le début de l'histoire de l'Univers. « Le Paradis terrestre », enluminure des *Sept Âges du monde* exécutée vers 1460, probablement à Valenciennes.

En 1420, avec l'invention de la perspective, l'infini surgit dans le monde des arts

Cet historien des sciences a consacré une grande partie de ses recherches à Nicolas de Cues, dit le Cusain (1401-1464), digne héritier de cette démarche visant à réconcilier Dieu et l'infini : *« Le Cusain est le premier à rapprocher la cosmologie et la théologie. Il transpose en quelque sorte à l'Univers l'image d'une sphère infinie et considère que l'infinité de Dieu est une infinité en acte, par opposition à celle de l'Univers qui est une infinité par défaut. »* Dans le second livre de *De la docte ignorance* (1440), Nicolas de Cues écrit ainsi : *« Donc la machine du monde aura, pour ainsi dire, son centre partout et sa circonférence nulle part, parce que Dieu est sa circonférence et son centre, lui qui est partout et nulle part. »* En revanche, il n'admet pas l'existence d'un infiniment petit. *« Pour lui,* reprend Jean-Marie Nicolle, *les nombres commencent à 1. Il n'y a même pas de zéro ! On a découvert une comptabilité qu'il a tenue. Il explique le bon équilibre des recettes et des dépenses comme une "absence de différence" et non comme un solde zéro entre les deux. »*

La réflexion apportée par Nicolas de Cues va s'accompagner d'une irruption très concrète – la première – de l'infini dans un monde qu'on considère ●●●

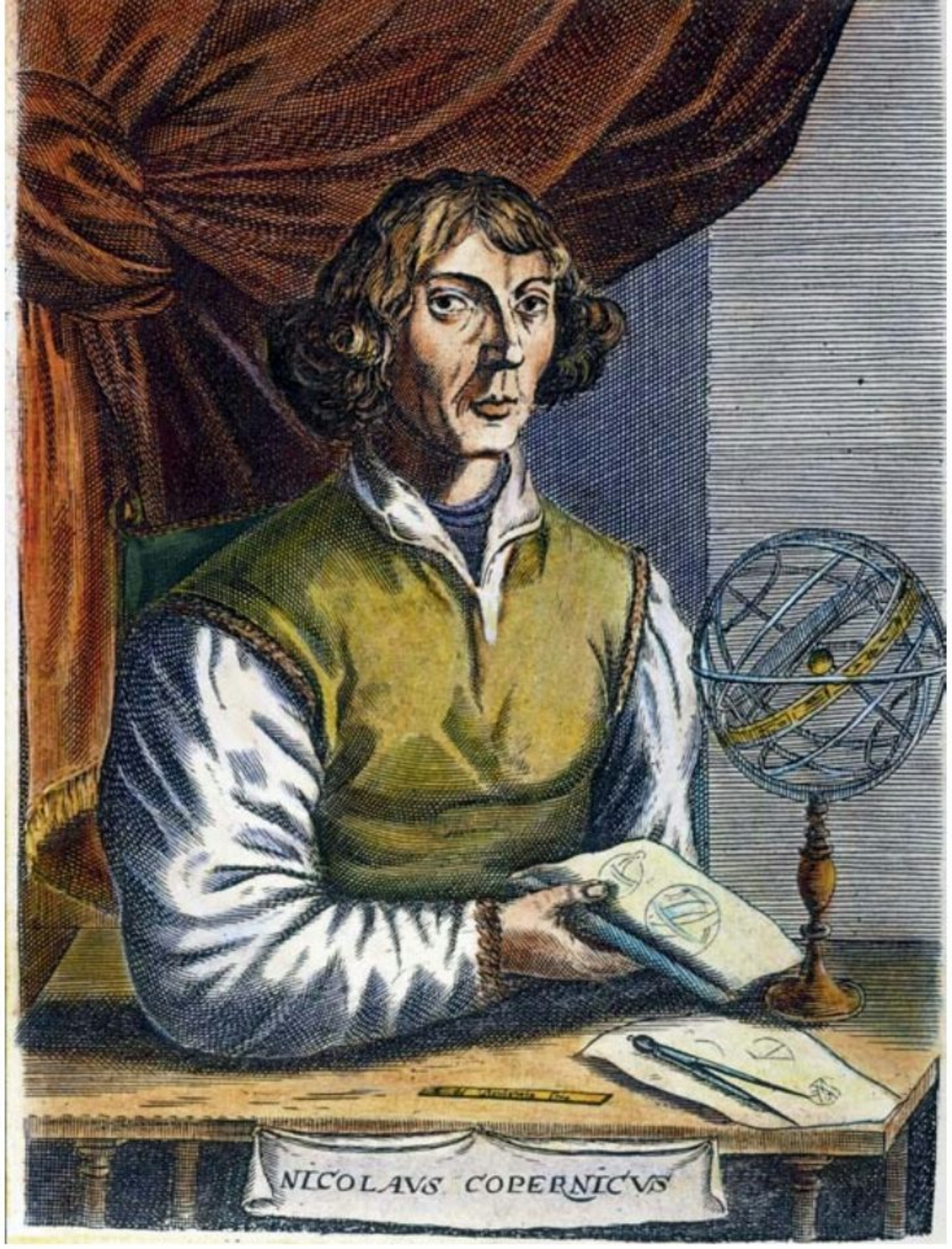
WIKIMEDIA DOMAINE PUBLIC

« Pour Bruno, affirmer que l'infinité divine a créé un monde fini reviendrait à dire que Dieu est avare de sa toute-puissance »

Jean-Marie Nicolle, philosophe et historien des mathématiques

●●● encore fini. Contre toute attente, le coup de semonce se produit dans le monde des arts. Vers 1420, le sculpteur florentin Filippo Brunelleschi réalise une expérience au cours de laquelle il invente la notion de perspective centrale : les lignes perpendiculaires au plan du bâtiment qu'il représente ne sont plus tracées comme des parallèles, mais comme des droites convergeant vers un point à l'infini, le point de fuite *(lire p. 74-75)*. *« Cette perspective sera théorisée par Leon Battista Alberti en 1435, dans son traité* De pictura *»*, précise Jean-Marie Nicolle. Une idée pourtant refusée par Nicolas de Cues, ami d'Alberti. Pour lui, pointe l'historien, *« il n'appartient pas à l'homme d'oser fixer un point où se trouverait l'infini »*. Pendant la Renaissance, les peintres prendront grand soin de masquer le point de fuite par un personnage, une voile de navire, un drap… *« Cela montre l'extraordinaire audace des artistes qui vont utiliser l'infini de manière pragmatique, sans l'affirmer de manière trop visible ni réfléchir à ce qu'il représente. Mais les années 1435 à 1440 sont un véritable tournant dans la pensée occidentale sur la définition de l'infini, mêlant cosmologie, théologie et art »*, insiste Jean-Marie Nicolle.

Ce tournant n'a pas échappé à Giordano Bruno, né en 1548 en Italie, qui finira sur un bûcher en 1600, accusé par l'Église d'avoir abandonné sa foi et quitté l'ordre de Saint-Dominique, dont il était moine *(lire l'encadré p. 28)*. Bruno a lu le Cusain, le cite et l'admire. Mais tandis que ce dernier a bâti sa réflexion sur l'infini sans sortir du cadre de la religion, Giordano Bruno va muer la sienne en idées révolutionnaires, s'efforçant de démontrer que l'Univers est infini. *« Il est plus cohérent, aux yeux de Bruno, d'affirmer que l'infinité divine a créé un monde infini que d'enseigner qu'elle n'a créé qu'un monde fini, ce qui reviendrait à dire que Dieu est avare de sa toute-puissance »*, décrypte Jean-Marie Nicolle.



THE GRANGER COLLECTION NY / AURIMAGES

Tout en affirmant que la Terre tourne autour du Soleil, l'astronome polonais Nicolas Copernic conserve l'idée d'un Univers fini, bordé par la sphère extérieure des étoiles. Gravure en taille-douce, Flandre, 1695.

Pour montrer qu'il est impossible que le monde soit fini, Bruno va s'appuyer sur la notion d'horizon. Il raconte que lorsque, petit garçon, il observait le Vésuve depuis le haut du mont Cicala, près de sa ville natale de Nola, il pensait voir le bout du monde : *« C'est ainsi que dans mon enfance, j'ai cru qu'il n'y avait plus rien au-delà du Vésuve, sous prétexte qu'il n'y avait rien au-delà qui soit accessible à mes sens »*, écrira-t-il en 1591 dans *De immenso et innumerabilis*. *« Bruno a bien conscience qu'il n'y a pas d'horizon en soi, mais seulement pour un observateur déterminé, et que cet horizon se déplace avec l'observateur »*, souligne Jean Seidengart, professeur de philosophie à l'université Paris-Nanterre et auteur de la notice sur le savant italien dans l'*Encyclopedia Universalis*. L'horizon détermine une limite, certes, mais rien ne peut empêcher son franchissement à l'infini puisqu'il suffit de bouger pour le faire reculer. Bruno a l'intuition que si notre horizon paraît enfermé dans la sphère céleste, c'est parce que nos sens sont limités, non parce que l'Univers est fini. C'est là sa principale différence d'avec Copernic, alors qu'il a fait sienne la vision héliocentrique de l'astro-

les **faux** infinis

ROCCO

Jeu d'échecs, jeu de go… des combinaisons limitées

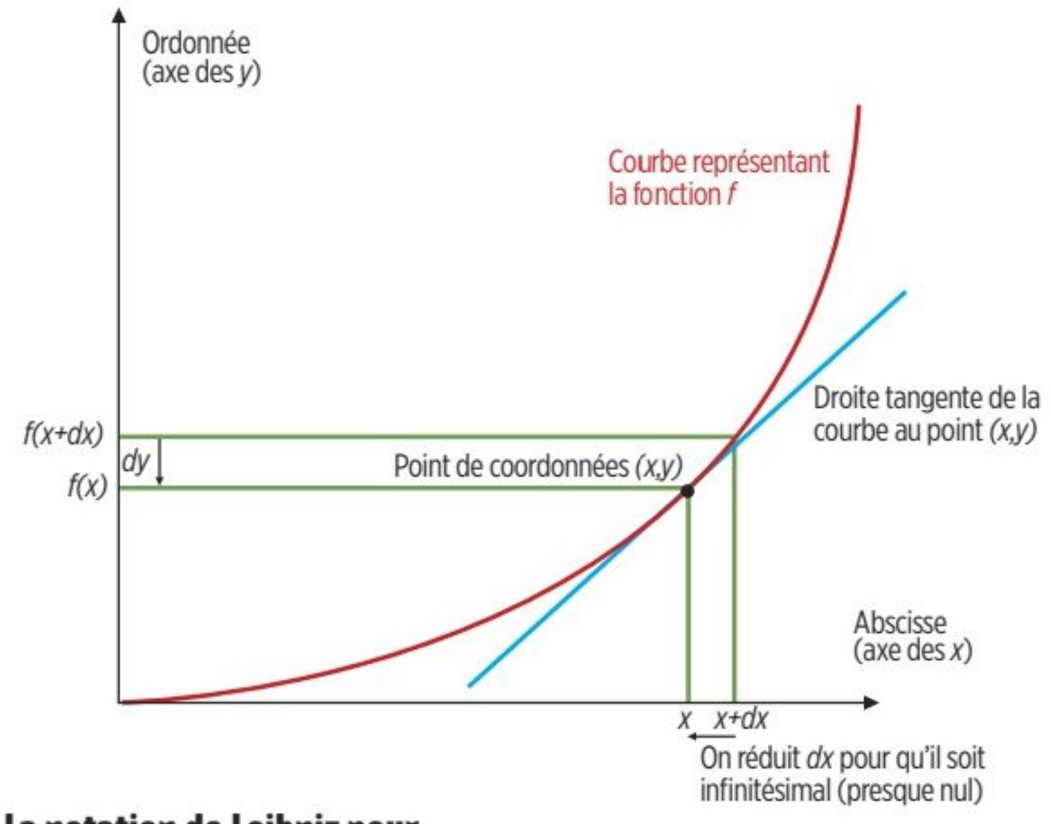
Le jeu d'échecs a longtemps été une source d'inspiration pour les chercheurs en intelligence artificielle, car il repose sur une combinatoire exceptionnelle. Avec environ quarante échanges par partie et, à chaque fois, trente coups possibles en moyenne pour chaque joueur, le nombre de parties jouables est estimé à 10^{120}. Si ce n'est pas vraiment l'infini, cela y ressemble ! Après tout, l'Univers ne contiendrait « que » 10^{80} atomes… Le 11 mai 1997, l'ordinateur Deep Blue battait le champion du monde Garry Kasparov. Comment ? En utilisant sa mémoire « nourrie » par l'intelligence humaine, en l'occurrence : des positions sélectionnées et notées par les plus grands maîtres. Vingt ans plus tard, nouvelle humiliation pour *Homo sapiens* : AlphaGo bat Ke Jie, le champion du monde de go. Cette fois, c'est une combinatoire estimée à 10^{600} que le logiciel parvient à dompter ! Mais d'une tout autre manière : en apprenant seul, à l'aide d'un réseau de neurones. Un peu comme nous… **PIERRE VANDEGINSTE**

Newton et Leibniz, géomètres de l'infiniment petit

Comme l'idée d'infiniment grand, le concept de grandeurs minuscules remonte à l'Antiquité grecque. Archimède, en particulier, avait obtenu une valeur approchée de π déduite du calcul de l'aire d'un polygone régulier inscrit dans un cercle et du polygone exinscrit, en augmentant le nombre de côtés des polygones et donc en diminuant leur longueur (il était allé jusqu'à 96 côtés, donnant $223/71 < \pi < 22/7$).

Au début du XVIIe siècle, l'une des interrogations des savants est la détermination de la tangente d'une courbe, la droite effleurant cette courbe en un point donné. Pour comprendre la démarche, on peut considérer une courbe dans le plan représentant une fonction *f* : pour chaque point (*x,y*) de la courbe, la valeur *y* (sur l'axe vertical) se déduit de la grandeur *x* (position horizontale) à l'aide de la fonction *f*. En 1636, Pierre de Fermat propose de comparer de combien change la valeur *y* quand *x* bouge d'une petite quantité. Puis de regarder ce qui se passe quand cette quantité est progressivement réduite à zéro. Son raisonnement n'est pas compris tout de suite, mais le mathématicien hollandais Christiaan Huygens va le porter devant l'Académie des sciences en 1667, en exprimant, pour la première fois, que l'écart de Fermat est une quantité infiniment petite.

De son côté, Newton s'intéresse aux variations de quantités mathématiques engendrées par de petits mouvements dont l'amplitude est très proche de zéro. En 1669, il propose une méthode de calcul de la tangente qui s'appuie sur la dérivée d'une fonction. En résumé, si la valeur de *x* change d'une petite quantité $\dot{x}$, à combien se monte l'effet $\dot{y}$ sur la valeur de *y* déduite de *x* par la fonction *f* ? Newton montre que ces écarts – qu'il baptise fluxions – correspondent, par exemple, à la vitesse instantanée d'un objet dont la position est décrite par les fluentes, les coordonnées dans l'espace. Mais sa démonstration reste incomplète, faute d'une définition rigoureuse de ses infinitésimaux. En 1674, Leibniz propose le formalisme qui est toujours utilisé aujourd'hui, basé sur les notations « *dx* » et « *dy* ». Il exprime les infinitésimaux de manière claire et explique que quand on les compare à des grandeurs quelconques, ils sont négligeables et le restent même quand on les multiplie par une grandeur quelconque, pourvu qu'elle soit finie. Un caractère négligeable qui permet d'éliminer ces termes quand ils dérangent. Le calcul différentiel ou infinitésimal est né.



La notation de Leibniz pour les infinitésimaux est toujours utilisée de nos jours. Ici, le calcul de la dérivée en un point d'une courbe donne la pente de la droite qui la frôle.

nome polonais. Celui-ci avait délibérément laissé la question de l'infini aux philosophes. Reste que pour Bruno, les infinis cosmologique et divin ne sont pas de même nature, comme en témoigne une formule qu'il a souvent reprise dans ses textes : « *Dieu est tout infini de façon compliquée et totale; mais l'Univers est tout en tout d'une manière expliquée et non totale.* » « *On peut considérer que Giordano Bruno a fait place nette pour ses successeurs, Galilée, Newton, Descartes ou Kepler, même si ce dernier réfutait ce qu'il appelait* "l'horrible philosophie de Bruno" », analyse Jean Seidengart.

Mais, à l'aube du XVIIe siècle, le débat n'est encore que philosophique et théologique. Ainsi, Galilée rejette l'idée d'infini en acte : il a par exemple remarqué qu'on peut associer un carré parfait à chacun des nombres entiers (et inversement, cette relation est dite bijective). Autrement dit, il existe autant d'entiers que de carrés parfaits, alors qu'il se trouve des entiers qui ne sont pas des carrés parfaits : il existerait donc des infinis de taille différente, et un tout pourrait être aussi grand que sa partie ! « *Ce paradoxe constaté par Galilée lui laisse penser qu'on ne peut pas théoriser un infini en acte* », résume Jean-Paul Delahaye. *Même Newton, qui assimile l'espace à un espace mathématique euclidien, et donc infini, restera très discret sur cette notion.* » Pendant encore de longs siècles, les penseurs feront de même, à l'image de « *Descartes, Spinoza ou Hegel qui préféraient évoquer un indéfini, sorte de mauvais infini, car la seule totalité possible relevait pour eux de l'esprit, de l'absolu ou de Dieu*, rappelle Hourya Benis-Sinaceur. *Au début du XIXe siècle, Bernhard Bolzano va enfin exprimer l'idée qu'il n'est pas nécessaire d'énumérer tous les éléments d'un ensemble, qu'il soit fini ou infini, pour en concevoir la totalité en acte.* » C'est quelques décennies plus tard, avec les travaux de Cantor *(lire p. 42-45)*, que viendra enfin la réconciliation entre les infinis potentiel et actuel qui embarrassaient la pensée depuis Aristote. ■

DENIS DELBECQ

Carlo Rovelli, *Anaximandre de Milet ou la naissance de la pensée scientifique*, Dunod, 2015

Tony Lévy, *Figures de l'Infini. Les mathématiques au miroir des cultures*, Seuil, 1987

John D. Barrow, *Une brève histoire de l'infini*, Robert Laffont, 2008

France Culture, La Méthode scientifique, *Infini, quand l'homme apprit à compter au-delà*, https://sciav.fr/infiniFC

France Culture, La Méthode scientifique, *Giordano Bruno : la terre, le soleil et l'infini*, https://sciav.fr/brunoFC

XAVIER ROMEDER

« Descartes, Spinoza ou Hegel préféraient évoquer un indéfini, car la seule totalité possible relevait pour eux de l'esprit, de l'absolu ou de Dieu »

Hourya Benis-Sinaceur, philosophe

1. Colloque de Montpellier sur la question de l'infini, 22 au 23 novembre 2018.

2. Actes du 9e colloque Inter-Irem, Epistémologie et Histoire des mathématiques, Landerneau, 1992, sciav.fr/infinilanderneau

C'est en cherchant à comprendre les relations entre température, couleur et énergie, une impasse majeure de la physique de son époque, que Max Planck, en 1900, inventa la mécanique quantique.

Et Planck conjura la catastrophe ultraviolette

Représentation d'un réseau d'ordinateur quantique. Cent vingt ans après l'invention de la théorie des quanta par Max Planck, l'informatique quantique en est une des applications les plus prometteuses.

Lorsque l'infini apparaît dans un domaine de la physique, c'est signe que la théorie que nous sommes en train de développer est incomplète, bancale, ou peut accoucher… d'une révolution! », souligne Pierre Marage, physicien et historien des sciences à l'Université libre de Bruxelles. C'est ce qui s'est passé au tournant du XX^e siècle. La révolution en question ? Rien de moins que l'avènement de la physique quantique – qui s'applique au monde subatomique.

Elle surgit à la fin du XIX^e siècle en Allemagne, de manière fortuite, à partir notamment d'un défi industriel : comment améliorer les performances des hauts fourneaux ? Pour résoudre le problème, il faut comprendre parfaitement les liens entre rayonnement et température. Les chercheurs de l'Institut impérial de physique et de technologie de Berlin s'attellent donc à la tâche. Leur travail conduira à la fin de l'année 1900 à la formulation par l'Allemand Max Planck de l'hypothèse des « quanta », les « paquets insécables d'énergie ».

En cette même année 1900, pourtant, loin d'imaginer la révolution en marche, le Britannique lord William Kelvin compare l'état de la physique de son époque à un ciel bleu. Ne persistent, selon lui, que deux « *petits nuages* » : le problème de l'éther, cette substance censée remplir le monde et transmettre les forces, et celui du rayonnement du corps noir. Le premier aboutira, quinze ans plus tard, à la théorie de la relativité. C'est du second que naîtra la physique quantique. Et c'est là que l'infini joue son rôle.

En physique, un « corps noir » est un objet idéal qui absorbe toutes les lumières sans rien en réfléchir. Celles, visibles, perçues par notre œil, mais aussi les invisibles, comme les rayons infrarouges ou ultraviolets. Cette énergie lumineuse contribue à augmenter la température du corps noir qui émet, en retour, un rayonnement dont le spectre (la couleur) dépend directement de la température. Et ce, aussi bien au cœur des étoiles que dans un four ou le filament d'une ampoule électrique. Car si le corps noir est un cas théorique, étoile, four, filament… et même Univers, s'en approchent, et peuvent être décrits avec les mêmes équations.

Dès 1845, à Heidelberg, le physicien Gustav Kirchhoff avait démontré ce que les artisans savent depuis toujours : la couleur d'une flamme ne dépend que de sa température. Comme un fer chauffé qui commence par rougir, puis jaunit, bleuit et blanchit au fur et à mesure que sa température augmente. En 1894, un jeune physicien, Wilhelm Wien, était parvenu à établir une loi théorique décrivant bien de nombreuses observations : un four chauffé à 3200 kelvins (– 2926 °C) émet un ensemble de rayonnements où domine la lumière rouge (d'une longueur d'onde de 800 nanomètres, nm). Si la température atteint 4200 K, c'est la lumière jaune (à 600 nm) qui domine, et si elle augmente jusqu'à 5200 K, alors c'est la lumière bleue (à 500 nm) qui s'impose.

Mais en 1900, deux Britanniques, lord John Rayleigh et James Jeans, étudient la question dans un autre domaine de températures et de longueurs d'onde. Leur objectif : pré-

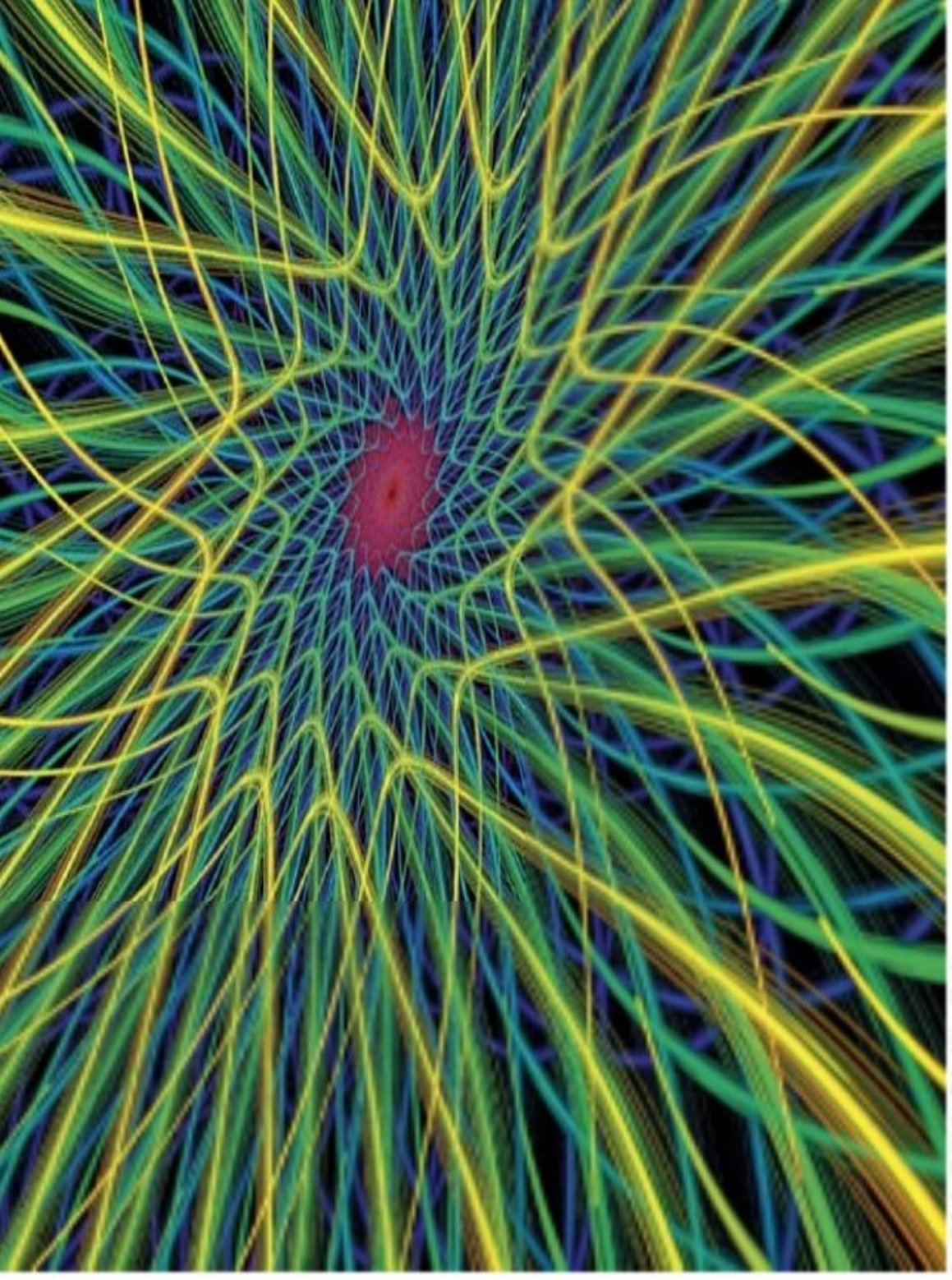
Manjit Kumar, *Le Grand Roman de la physique quantique*, Flammarion, collection Champs Sciences, 2012

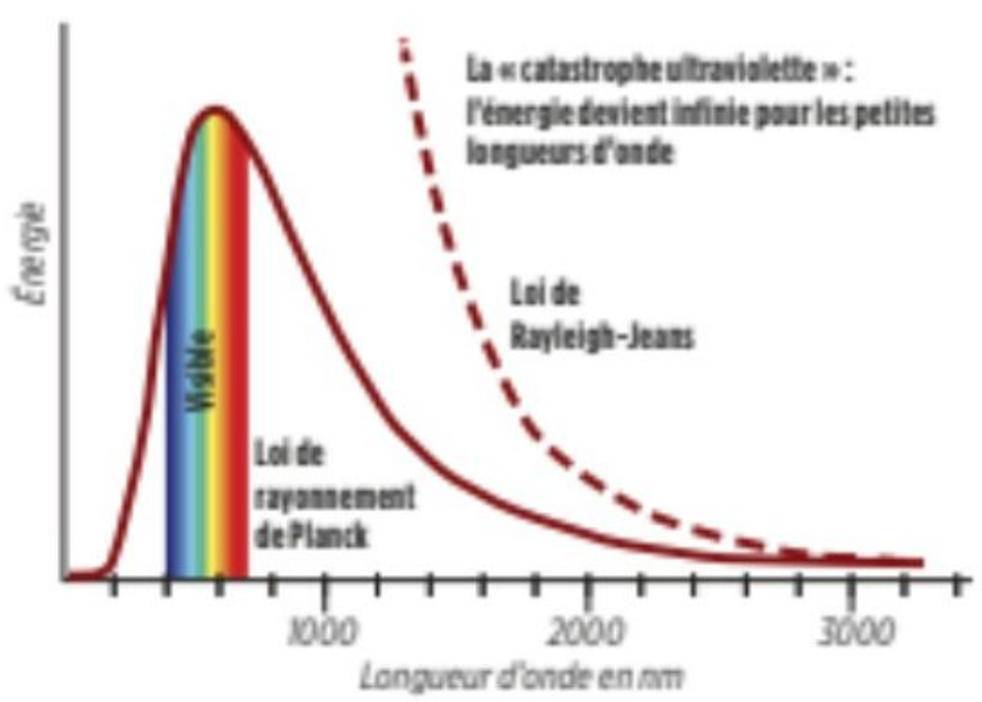
Pierre Marage et Grégoire Wallenborn, *La Naissance de la physique moderne racontée au fil des Conseils Solvay*, Éditions de l'Université de Bruxelles, 2009

COURTESY PIERRE MARAGE

« Pour simplifier ses calculs, Planck décida de décrire les atomes et molécules comme de petits ressorts capables d'absorber et de réémettre l'énergie lumineuse… »

Pierre Marage, physicien et historien des sciences, Université libre de Bruxelles





dire le spectre de rayonnement d'un four chauffé à 1000 K. Quelle quantité de lumière infrarouge, rouge, jaune, verte, bleue, violette et ultraviolette émet-il? Leur modèle théorique est, comme celui de Wien, conforme aux observations pour les grandes longueurs d'onde. Mais il fonctionne beaucoup moins pour les petites : le bleu et le violet. Et pour l'ultraviolet… il devient totalement déraisonnable. Selon la prédiction de Rayleigh et Jeans, un four chauffé à 1000 K devrait alors émettre une quantité infinie de lumière ultraviolette… des rayons UV qui auraient dû griller sur place les expérimentateurs!

La loi de Rayleigh-Jeans issue de la physique classique prévoit que l'énergie devient infinie pour les petites longueurs d'onde (au-delà du bleu, l'ultraviolet, par exemple), ce que rectifie la théorie des quanta proposée par Planck.

Cette prédiction aberrante, mais qui découlait de la science la plus avancée de l'époque, fut baptisée « catastrophe ultraviolette » par le théoricien autrichien Paul Ehrenfest. En d'autres termes, *« la physique classique indiquait que pour les petites longueurs d'onde, comme l'ultraviolet, il fallait fournir une énergie infinie pour augmenter la température du four de 1°* », résume Pierre Marage. Fallait-il donc remettre en cause les certitudes établies?

Lorsque Planck s'empara du problème, il cherchait à formuler une prédiction théorique en accord avec les résultats expérimentaux de son collègue Heinrich Rubens, qui avait réalisé les mesures les plus précises obtenues jusque-là. *« Pour simplifier ses calculs,* poursuit le physicien, *il décida de décrire dans un premier temps les atomes et molécules comme de petits ressorts capables d'absorber et de réémettre l'énergie lumineuse, l'énergie de chaque oscillateur étant alors un multiple d'une certaine énergie minimale, et émise de manière discontinue. L'intention de Planck était de considérer des valeurs de plus en plus petites de cette énergie minimale jusqu'à 0, afin de décrire une énergie lumineuse émise de manière continue. »* À sa grande surprise, son modèle confirmait les mesures du spectre du corps noir, mais seulement lorsque l'énergie minimale restait au-dessus d'une certaine valeur. En revanche, si cette énergie minimale tendait vers 0, il retombait sur la catastrophe ultraviolette! D'où le trouble sur la signification profonde de son modèle : l'énergie est-elle vraiment émise par petites quantités insécables? La lumière est-elle formée de grains successifs, de « paquets insécables d'énergie », au lieu d'être ce flux continu, comme une onde, qu'avaient supposé des générations de physiciens avant lui? La vision de la nature fournie depuis des siècles par la physique classique, celle de Galilée et Newton, en était complètement bouleversée!

Einstein, Bohr, Heisenberg et Schrödinger confirmeront…

Dans un premier temps, Planck considéra donc les quanta comme un artifice de calcul, *« une supposition purement formelle »*, dénuée de sens physique. Mais le succès de sa théorie et les impasses du modèle classique étaient tels qu'il lui fallut admettre que le quantum devait correspondre à quelque chose de profond. Une solution qui ne le satisfaisait pas lui-même, et qu'il compara à *« un geste désespéré »*! Pendant près d'une décennie, il tenta *« d'incorporer le quantum au cadre de la physique existante »* avant, enfin, de conclure : *« Impossible, nous allons être obligés de vivre avec la théorie des quanta. »* Il voyait juste. Par la suite, de nombreuses expériences, confirmeront que dans l'Univers, l'énergie est toujours transférée de manière discontinue, en une succession de quanta.

En 1911, la fine fleur de la physique se réunissait à l'hôtel Métropole de Bruxelles pour la première conférence Solvay, organisée par l'industriel belge Ernest Solvay. Le début d'une longue série : la 27e édition s'est tenue en 2017. Pour cette première étaient présents Einstein, Marie Curie, Langevin, Rubens, Poincaré, Planck… Le thème : « La théorie du rayonnement et les quanta ». La nouvelle physique était mise à l'ordre du jour… et allait fournir la matière d'âpres débats pendant une bonne partie du XXe siècle. ■ **AZAR KHALATBARI**

interview

MICHEL BLAY
Historien des sciences, directeur de recherche honoraire au CNRS, président du Comité pour l'histoire du CNRS

« Le XVIIe siècle, un tournant dans l'histoire des sciences »

En séparant l'infini mathématique de l'infini comme totalité du monde, Galilée et Descartes ont initié de fantastiques réussites scientifiques. Mais avec, en contrepartie, la perte du sentiment de l'existence.

Est-il possible de penser l'infini ?
Je crois que cette expression n'a pas de sens. On peut penser « avec » l'infini, ce dernier étant alors un outil, celui qui a permis de construire des objets notamment mathématiques depuis le XVIIe siècle. On peut aussi penser « à partir » de l'infini, comme le fait par exemple Descartes : il distingue l'infini, qui est le nom de Dieu, et l'indéfini, le monde dans lequel nous vivons. Mais l'infini en lui-même, comment peut-on le penser, en dehors de la pure mathématique ?

L'infini aurait donc une histoire ?
Absolument. Ne pensons pas que ce terme désigne la même chose des Grecs à nos jours ! Il faut bien distinguer l'infini comme totalité du monde et l'infini qui permet de faire des mathématiques, deux notions qui n'ont été séparées qu'au XVIIe siècle.
La première réflexion sur l'infini nous vient des Grecs, et remonte à la naissance de la philosophie. Avant même Socrate. Le philosophe, en effet, est celui qui interroge le monde en tant qu'existant : qu'est-ce qui est ? Que signifie être ? Qu'est-ce que cette totalité où je suis ? C'est une réflexion extrêmement abstraite, qui est la question grecque, ou occidentale, par excellence. Dans les autres civilisations, c'est le mythe qui rend compte de la totalité.
Au milieu du VIe siècle avant Jésus-Christ, donc, le philosophe Anaximandre de Milet écrit un traité sur la nature dans lequel il introduit le terme *apeiron*, l'illimité. Ce n'est pas exactement l'infini, mais un principe général de fabrication du monde, ce dont tout dérive et revient. Puis, par la suite, Platon ou Aristote se représenteront le mouvement des astres comme une ronde sans fin dans un monde clos, le temps n'ayant ni début ni terme. Pour eux, la nature, dans son principe interne de génération et de corruption, cyclique, se produit indéfiniment. Il y a donc en Grèce un jeu de l'infini, ou plutôt de l'indéfini, et du fini.

« La philosophie peut discuter avec la religion, la science, non. Les penseurs du XVIIIe ont l'impression d'être libérés des questions métaphysiques »

Qui dit infini, en Occident, évoque aussitôt le Dieu des monothéismes…
Avec le christianisme, le Dieu créateur récupère en effet la notion d'infini, qui est un de ses multiples attributs. Un infini absolument transcendant, qui n'a rien à voir avec celui des mathématiques ou de la cosmologie… Jusqu'au théologien Nicolas de Cues (1401-1464), dit le Cusain, qui précise qu'en Dieu se réalise la coïncidence des opposés, du fini et de l'infini. Disant cela, il rompt avec le principe de non-contradiction d'Aristote selon lequel une chose ne peut pas à la fois être et ne pas être. Pour le Cusain, ce principe est vrai dans l'ordre de la raison et de la logique, mais plus dans l'ordre de l'intellect divin. Cette idée ouvre quelque chose de tout à fait nouveau sur le statut de l'infini et de Dieu, statut qui se précisera quelques décennies plus tard avec Giordano Bruno.
Celui-ci n'est pas du tout, comme on le dit parfois, un père de l'athéisme ou de la laïcité ! Profondément croyant, il ne voit pas pourquoi Dieu aurait créé un monde fini alors que sa puissance est infinie. On ne conserve de lui, en général, que l'idée d'infini en extension et en grandeur, c'est-à-dire géométrique, et celle de pluralité des mondes. Mais il introduit d'autres infinis, par exemple comme présence de Dieu dans chaque être, chaque être étant en lui-même infini.

Selon vous, c'est donc le XVIIe siècle qui marque la rupture dans cette question de l'infini ?
Deux personnalités vont jouer un rôle majeur. Galilée, d'une part, qui transforme le monde en monde mécanique. C'est l'ingénieur, pour qui tout est machine. Et Descartes, d'autre part, qui se pose la question : comment admettre un monde mécanique et en même temps justifier de la présence de Dieu ? Il s'en sort d'une manière assez maligne : il pose que Dieu est l'infini alors que le monde est mécanique et indéfini, c'est-à-dire aussi grand que l'on veut sans être infini, car dépendant de l'infini divin. Mais aussitôt se pose un problème : si l'infini est le nom de Dieu, comment l'utiliser en mathématiques ? Donc… il ne l'utilise pas en mathématiques ! Tout le XVIIe siècle est dans ce jeu visant à protéger la transcendance :

JULIEN DANIEL / MYOP

la métaphysique essaie de construire quelque chose, la science également, les deux sphères se pensant en harmonie. C'est Fontenelle qui, en 1728, opérera la vraie séparation dans ses *Éléments de la géométrie de l'infini*. Il le dit très clairement : il y a deux infinis, l'infini géométrique, celui qui permet de faire de la physique et des mathématiques, et qui n'a à rendre compte que de lui-même. Et un deuxième qui correspond à la totalité… Celui-là est très obscur, on ne va plus s'en occuper. Cela libère totalement la pensée de l'infini mathématique et va permettre des réussites admirables aux XVIIIe et XIXe siècles, jusqu'à Cantor.

C'est formidable…

C'est un tournant absolument central dans la constitution de notre pensée moderne : désormais, la philosophie peut discuter avec la religion, la science, non… si ce n'est pour des questions de pouvoir. Les penseurs ont alors l'impression d'être libérés des questions métaphysiques. Le XVIIIe est un siècle magnifique, avec une certaine innocence, un certain optimisme, un certain bonheur.

Mais en réalité, les questions fondamentales demeurent ! Blaise Pascal, qui s'était posé à la même époque que Descartes la question de l'infini, l'avait bien vu. Et il a choisi de dire : « Je suis un excellent mathématicien, mais que me dit ma vie ? Que je dois être du côté de Dieu, de l'infini. J'abandonne donc la physique. » Il a donné plus d'importance à son être même, au sens de sa vie, qu'aux résultats expérimentaux de la science.

Pourquoi est-ce si fâcheux d'avoir abandonné l'infini comme totalité ?

Tout simplement parce qu'il n'y a plus de lien entre la préoccupation philosophique et la construction mathématique du monde. Avoir le souci de la totalité, c'est se questionner sur le sens de ce que l'on fait. Mais aussi sur sa responsabilité. Quel rapport entre faire de la physique et l'existence de la totalité du monde ? Cet abandon de la totalité a mené les scientifiques à succomber à l'*hubris* de la technique. Contrairement aux Grecs, qui séparaient nettement nature et technique, on croit depuis Galilée et Descartes – de façon très illusoire – que la nature est une machine, donc que l'homme est une machine. Une hypothèse fort intéressante, mais qui conduit à ce que la nature devienne notre objet. Notre *hubris* de mécanistes finit par tout détruire.

L'infini comme totalité nous serait donc inaccessible aujourd'hui ?

Non ! On peut en faire simplement l'expérience. Regardez un arbre. Il est là, fini. Approchez-vous : vous voyez les feuilles, les branches, l'écorce, de petits animaux, etc. Plus vous vous approchez, plus il devient infini, présent, vivant, là, pour vous. Le concept d'arbre est fini, mais cet arbre-là, dans l'ici et maintenant, lui, est infini. Ainsi, on peut voir l'infini dans le fini. Cela donne un poids existentiel à ce qui nous entoure. Avec cet exemple de l'arbre, j'essaie de faire sentir qu'il y a de l'existence, une existence infinie. Et qu'il faut essayer de se désintoxiquer des concepts.

Vous diriez que la science est un échafaudage de concepts ?

Mais oui ! Seulement, nous vivons dans un tel montage conceptuel que nous avons l'impression qu'il est la réalité. Prenez Newton, par exemple, quand il construit le concept *t* : un temps qui s'écoule uniformément, celui qui a permis la mécanique. Personne ne vit un temps de cette sorte ! Notre temps est une intériorité. Le temps de Newton ne commence pas, ne s'arrête pas. Le nôtre, nous le savons, va s'arrêter à un moment donné. Nous ne sommes pas éternels, nous sommes dans la finitude. Et c'est à cela qu'il faut revenir.

PROPOS RECUEILLIS PAR DOMINIQUE LEGLU, FLORENCE LEROY ET VINCENT REA

Variations orientales sur l'immensité du monde

De la cosmologie jaïne, qui finit par concevoir plusieurs tailles d'infinis, à l'indifférence des Chinois, les réflexions sur cette notion ont emprunté en Orient des voies parfois étonnantes.

INDE

La juste mesure de l'homme dans l'Univers

En Inde, les mathématiciens ont abordé la notion d'infini par les séries – sommes de suites – et le calcul de π. *« C'est le cas de Madhava de Sangamagrama, qui fonda l'école d'astronomie et de mathématiques du Kerala au XVe siècle »*, précise l'historienne Agathe Keller, du laboratoire Sphere à l'université Paris Diderot. La série de Madhava, qui comporte un nombre infini d'éléments, a pour but de déterminer la valeur des fonctions trigonométriques (sinus, cosinus et tangente d'un angle) et, cas particulier, d'estimer celle de π. Elle propose pour son estimation 4(1-1/3+1/5-1/7 +...). Plus le nombre de termes est important, plus l'estimation devient précise… *« Cependant, la méthode est très longue*, reprend la chercheuse. *Il faut calculer la somme de 200 termes pour parvenir à une précision de deux décimales! »*, soit 3,14. Pas vraiment efficace !

« Tous les courants de pensée indiens n'ont pas abordé l'infini de la même manière, ni ne lui ont donné la même importance », reprend Agathe Keller. C'est au sein de la tradition jaïne que cette notion a été réellement pensée. Plus ancienne que le bouddhisme, cette religion tient son nom des *jina* (« vainqueurs » en sanskrit), maîtres spirituels qui, par l'ascèse, ont atteint la délivrance, ou *nirvâna*. Elle compte aujourd'hui dix millions de fidèles, essentiellement en Inde. Les jaïns n'envisagent pas d'origine ni de fin à l'Univers. *« L'espace cosmique dans lequel sont répandues les substances vivantes ou non vivantes est situé au cœur d'un espace trans-cosmique dont la mesure est "infiniment infinie" (*anantânanta*) »*, explique Catherine Morice-Singh, chercheuse associée au laboratoire Sphere. Voilà pourquoi le mot-clé de la cosmologie jaïne est quantifier. Et en premier lieu, cet espace *« ordonné et équilibré »*, précise l'historienne. L'espace cosmique est ainsi divisé en trois parties, souvent représentées par la figure d'un « homme cosmique » : le monde supérieur spécifique aux dieux; le monde médian, dont la partie centrale est investie par les humains, animaux et plantes; et le monde inférieur, qui correspond aux régions infernales, plus terrifiantes les unes que les autres. Le monde médian est constitué d'une quantité non nombrable d'îles-continents et d'océans formant des anneaux concentriques dont la largeur double à chaque fois. C'est cette configuration géographique qui permet aux penseurs jaïns de mettre en place une classification des différentes catégories de nombres : les nombres nombrables (*samkhyâta*), les non-nombrables (*asamkhyâta*), et les infinis (*ananta*).

ALAMY / PHOTO 12

Les jaïns représentent l'espace sous forme d'un « homme cosmique », qui contient tous les êtres et l'infini de l'espace : les jambes correspondent aux sept régions infernales, le milieu du corps à l'espace intermédiaire où vivent notamment les hommes, le torse et la tête au monde des dieux.

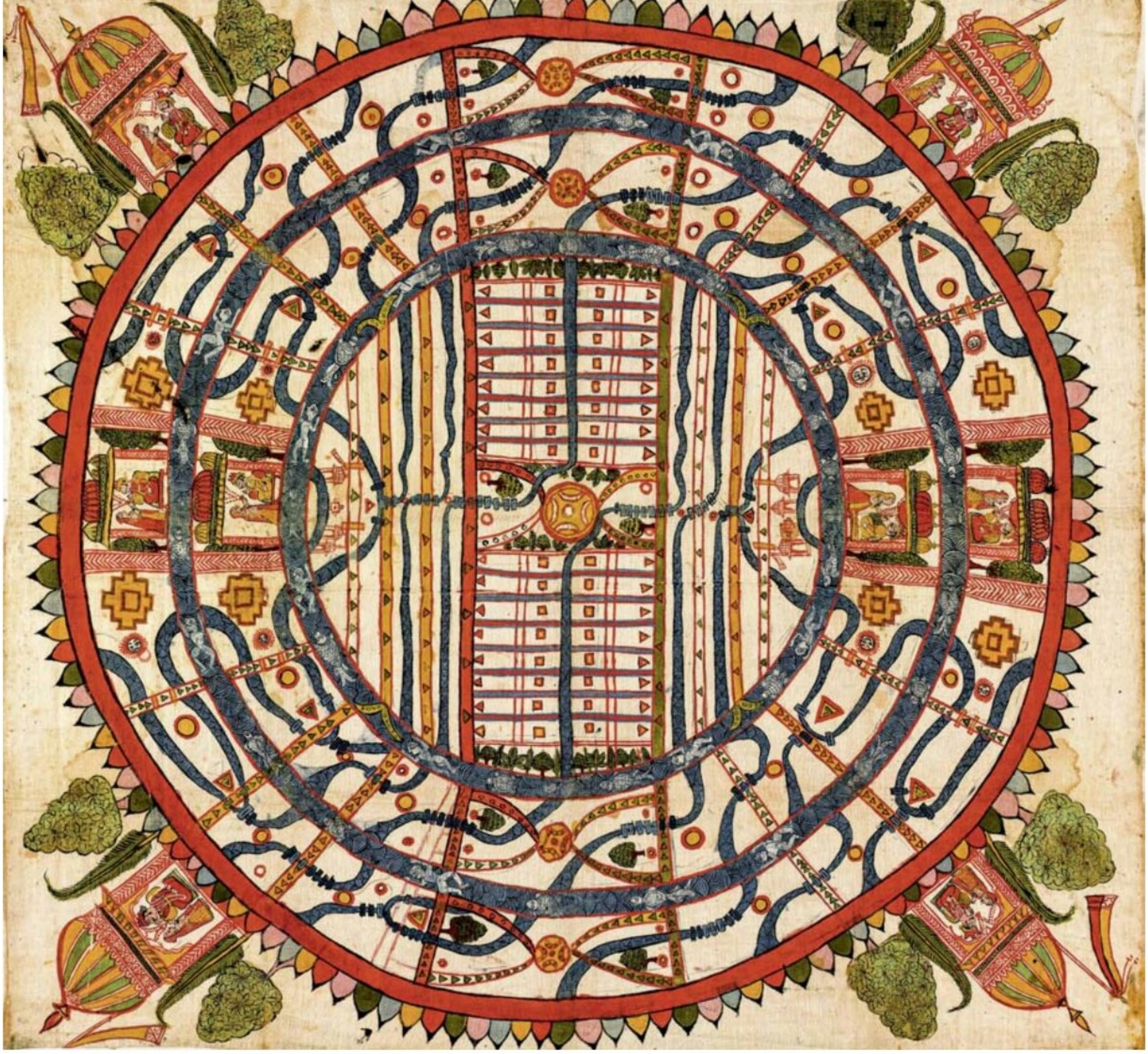
Une multitude de fosses cylindriques imaginaires, remplies de graines de moutarde

Ils ont ainsi établi un système d'unités de mesure à partir de trois types d'infinitésimaux : le point d'espace (*pradesha*), l'instant (*samaya*) et la particule ultime (*paramanu*). Par exemple, une quantité infiniment infinie de *paramanu* donne un agrégat « extrêmement fin »; des multiples finis de cet agrégat donnent naissance à des unités comme la largeur du grain d'orge, la largeur du doigt (*angula*), le pied, la coudée, etc., cette liste se terminant par le *yojana* (~12 kilomètres). Mais pour décrire l'Univers, il faut aller bien au-delà… Les textes de cosmologie précisent par exemple que la base carrée de l'espace cosmique a pour dimension une « ligne de l'Univers ».

EDOUARD JACQUINET

« Tous les courants de pensée indiens n'ont pas abordé l'infini de la même manière, ni ne lui ont donné la même importance »

Agathe Keller, chercheuse à l'université Paris Diderot



ALAMY / PHOTO12

Pour le temps, une quantité non nombrable d'instants forme une *âvalî,* une quantité nombrable d'*âvalî* équivalant à une respiration (*prâna*). Avec d'autres multiples apparaissent des mesures de durée usuelles, comme le *muhûrta* (48 minutes), le jour, l'année, etc. En multipliant chacune de ces unités par 84 ou 8 400 000, on aboutit à une longue liste d'unités, la dernière étant l'*acalâtmaka* ($84^{31} \times 10^{90}$ années). Un nombre immense, mais qui n'est pas le plus grand possible puisque l'on peut continuer à le multiplier.

Les jaïns ont été ainsi amenés à imaginer une procédure inédite dans le but de définir « le plus petit non-nombrable » et d'en déduire, par soustraction d'une unité, le « plus grand nombre nombrable ». Ils imaginent une fosse cylindrique de la taille du premier continent (l'île du Pommier rose – 100 000 *yojana* de diamètre et 1 000 *yojana* de profondeur) remplie de graines de moutarde, celles-ci étant égrenées une par une sur les océans et les îles-continents qui suivent, jusqu'à la dernière. Son emplacement indique alors le diamètre d'une nouvelle fosse imaginaire, à son tour remplie de graines de moutarde, etc. Si n est le nombre de graines dans la première fosse, le procédé se répète n^3 fois. Le contenu de la dernière fosse ainsi imaginée représente le « plus petit non-nombrable ». Et les théoriciens jaïns ne se sont pas arrêtés là ! Ils ont construit neuf classes de « non-nombrables » puis neuf classes d'« infinis ».

Ainsi, « *ils ont été les premiers à transcender l'idée que tous les infinis étaient égaux*, explique Catherine Morice-Singh. *Le plus petit "non-nombrable" devrait être considéré comme un "infini actuel", c'est-à-dire un tout complet, rempli d'une immense quantité d'éléments : il pourrait se rapprocher du premier ordinal transfini des mathématiques modernes* (lire p.42-45). *Les transfinis suivants sont construits de façon consistante sur le plan mathématique tout en s'adaptant à l'ontologie cosmologique jaïne* ».

Le but de ces descriptions de quantités vertigineusement grandes ? Sans doute amener les adeptes à comprendre que la place du monde humain dans le Cosmos est infime et qu'il est important de saisir l'opportunité d'une naissance sous forme humaine, la seule qui permette le progrès spirituel. ■ ●●●

La carte du monde humain jaïn ou *manusyaloka*, montrant les continents habités par les mortels, avec au centre l'île du Pommier rose. Ces cercles concentriques sont entourés d'océans circulaires dans lesquels nagent humains et animaux. Aux quatre coins, les gardiens célestes du monde mortel. Diagramme réalisé au Rajasthan (Inde) au XIXe siècle.

© WIKIPEDIA DOMAINE PUBLIC

Le Zhuangzi, texte du philosophe éponyme (ci-dessous) du IVe siècle avant notre ère, contient des paradoxes sur l'infini.

CHINE

Un outil plus qu'un concept

Ce qui n'a pas d'épaisseur ne peut être empilé, et pourtant mesure 1 000 li [unité de mesure] » ou encore « *Prends un bâton d'un pied. Coupe-le en deux chaque jour. Après 10 000 générations, il en restera encore.* » Voilà deux paradoxes attribués à Hui Shi, logicien chinois du IVe siècle avant notre ère. Ils sont extraits d'un célèbre texte philosophique de la même époque, le *Zhuangzi* (Tchouang-tseu). Hui Shi a souvent été présenté comme un sophiste, à l'image des érudits de la Grèce antique. « *Ces énigmes rappellent effectivement le célèbre paradoxe d'Achille et la tortue de Zénon d'Élée, son contemporain* (lire page 26-31) », souligne Andrea Bréard, professeur à l'université Paris-Saclay, spécialiste des mathématiques chinoises.

Cependant, contrairement aux paradoxes de Zénon d'Élée qui ont inspiré des générations de mathématiciens occidentaux, ceux de Hui Shi n'ont pas trouvé d'écho explicite au sein des grands textes de l'âge d'or des mathématiques chinoises – entre le Ier et le VIIe siècle de notre ère.

Calculer la circonférence d'un polygone à 16 384 côtés

La question paraît donc légitime : les mathématiciens chinois ont-ils vraiment conceptualisé l'infini ? « *C'est l'objet de débats entre spécialistes,* répond Andrea Bréard. *Le terme employé dans certains textes mathématiques, comme celui du mathématicien Liu Hui au IIIe siècle, est* Qiong, *que l'on pourrait traduire par "épuiser", en réalité "être épuisable". Or il apparaît dans des algorithmes itératifs.* » Le mot « algorithme » est employé ici au sens très général de suite d'opérations permettant de résoudre une classe de problèmes, leur caractère itératif signifiant qu'ils procèdent par répétition d'une opération. Il s'agit d'approcher une valeur par approximations successives. Plus le nombre d'itérations augmente, plus le résultat est précis. C'est par exemple le cas lorsque l'on calcule √2, nombre irrationnel de valeur 1,414213… avec une infinité de nombres après la virgule. On peut qualifier l'opération d'inépuisable, car l'algorithme n'aboutit jamais. Mais l'auteur a-t-il envisagé la notion d'infini telle que les mathématiciens occidentaux l'ont pensée ? « *Il est très difficile de répondre à la question : la traduction même du texte est sujette à discussion* », reconnaît la spécialiste.

Autre exemple qui renvoie à la notion d'infini : le calcul de la valeur de π. Cette valeur, nous la présentons habituellement comme 3,14. Mais π est un nombre irrationnel qui comporte, comme √2, une infinité de nombres après la virgule. De nombreuses méthodes géométriques ont été élaborées pour approcher sa valeur précise. L'une d'entre elles consiste à estimer la circonférence d'un cercle en calculant la circonférence d'un polygone qui s'inscrit à l'intérieur. Plus ce polygone comportera de côtés, meilleure sera l'estimation de la circonférence du cercle et de la valeur de π. En Grèce, la technique avait déjà été mise en œuvre,

MONDE ARABO-MUSULMAN

Aristote en discussion

Dans les textes de langue arabe, la notion d'infini connaît de subtiles variations qui transparaissent dans le débat entretenu à distance par trois figures marquantes de l'histoire de la pensée : Avicenne (Ibn Sina, 980-1037), Algazel (Al Ghazali, 1058-1111) et Averroès (Ibn Rochd, 1126-1198).

Le premier, philosophe et médecin persan, reste fidèle à la notion d'infini telle qu'elle a été envisagée par Aristote : il accepte l'infini en puissance et rejette l'infini en acte *(lire p. 26-31)*. Pour lui, par exemple, « *une série mathématique avec une infinité d'intermédiaires, sans qu'il y ait d'extrémité, est une absurdité…* (1) ». Ce qui exclut l'existence de grandeurs infinies. Seul Dieu est infini en perfection et donc éternel. Son action créatrice l'étant aussi, le temps qu'il produit est lui aussi éternel. De sorte que la vision d'Avicenne peut se résumer ainsi : « *finitude des grandeurs, mais éternité du monde* (2) ».

Algazel, également d'origine persane, est quant à lui un défenseur de l'orthodoxie de l'Islam. Dans son ouvrage *L'Incohérence des philosophes,* il utilise l'argumentation même des philosophes pour démontrer que leur propos est en contradiction avec la Révélation. Pour lui, point d'infini en dehors de Dieu parfait et éternel, comme l'indique

AKG IMAGES

Averroès a été surnommé le Commentateur d'Aristote.

BRITISH LIBRARY BOARD / ROBANA / LEEMAGE / BRIDGEMAN

Gaïtan (ciel recouvrant) suppose une Terre plate, à l'instar d'une plaque carrée couverte par le ciel sous forme d'un parapluie. Tandis que le modèle Huntian (ciel sphérique) représente une Terre qui flotte à l'intérieur d'une sphère céleste coupée en deux hémisphères, placés l'un en dessous, l'autre au-dessus. *« Dans ces représentations, ni la Terre ni le ciel ne s'étendent à l'infini »*, fait remarquer Andrea Bréard. Mais dès le IVe siècle va émerger une nouvelle vision du monde portée par la cosmogonie Xuanye, probablement sous l'influence du bouddhisme indien. Le modèle Xuanye est une théorie du vide infini : les astres errent librement dans le vide, et il n'y a pas de firmament solide. *« Étrangement, ces trois visions du Cosmos ont coexisté pendant un certain temps, sans que leur possible confrontation ait laissé de traces dans la littérature transmise, comme ce fut le cas dans le monde grec »*, précise Andrea Bréard. Les textes traditionnels, en effet, ne démontrent pas la présence du concept d'infini. Une absence qui témoigne, encore une fois, du peu d'intérêt pour le concept dans la culture chinoise. ■

de façon précise, par Archimède au IIIe siècle avant J.-C.

« Zhao Youqin (1271-?), mathématicien et astronome, a calculé la circonférence pour un polygone de 16 384 côtés. Un polygone ayant un nombre infini de côtés apporterait cependant une meilleure approximation de π », précise Andrea Bréard. L'infini mathématique chinois apparaît donc enveloppé de brouillard… Seule certitude : alors que certaines mathématiques occidentales arrivent en Chine au début du XVIIe siècle, la physique et les mathématiques qui opèrent sur l'infini n'ont été adoptées que pendant la deuxième moitié du XIXe siècle.

Une Terre plate couverte par le ciel sous forme d'un parapluie

Autre grand domaine de réflexions sur l'infini, la cosmologie. Plusieurs représentations du Cosmos ont été élaborées à partir du IIe siècle avant notre ère. Le modèle

Bien que l'astronomie ait eu une importance capitale depuis les débuts de la civilisation chinoise, la réflexion sur l'infini du Cosmos ne s'y est jamais développée. Extrait d'une carte du ciel nocturne de Dunhuang, dynastie Tang (618-906).

PHOTO12/ALAMY

Pour Avicenne seul Dieu est infini. Miniature persane.

le texte coranique. Le temps ne peut donc avoir une durée infinie. Algazel reproche aux philosophes comme Avicenne d'admettre l'éternité du monde tout en refusant des dimensions infinies à l'Univers.

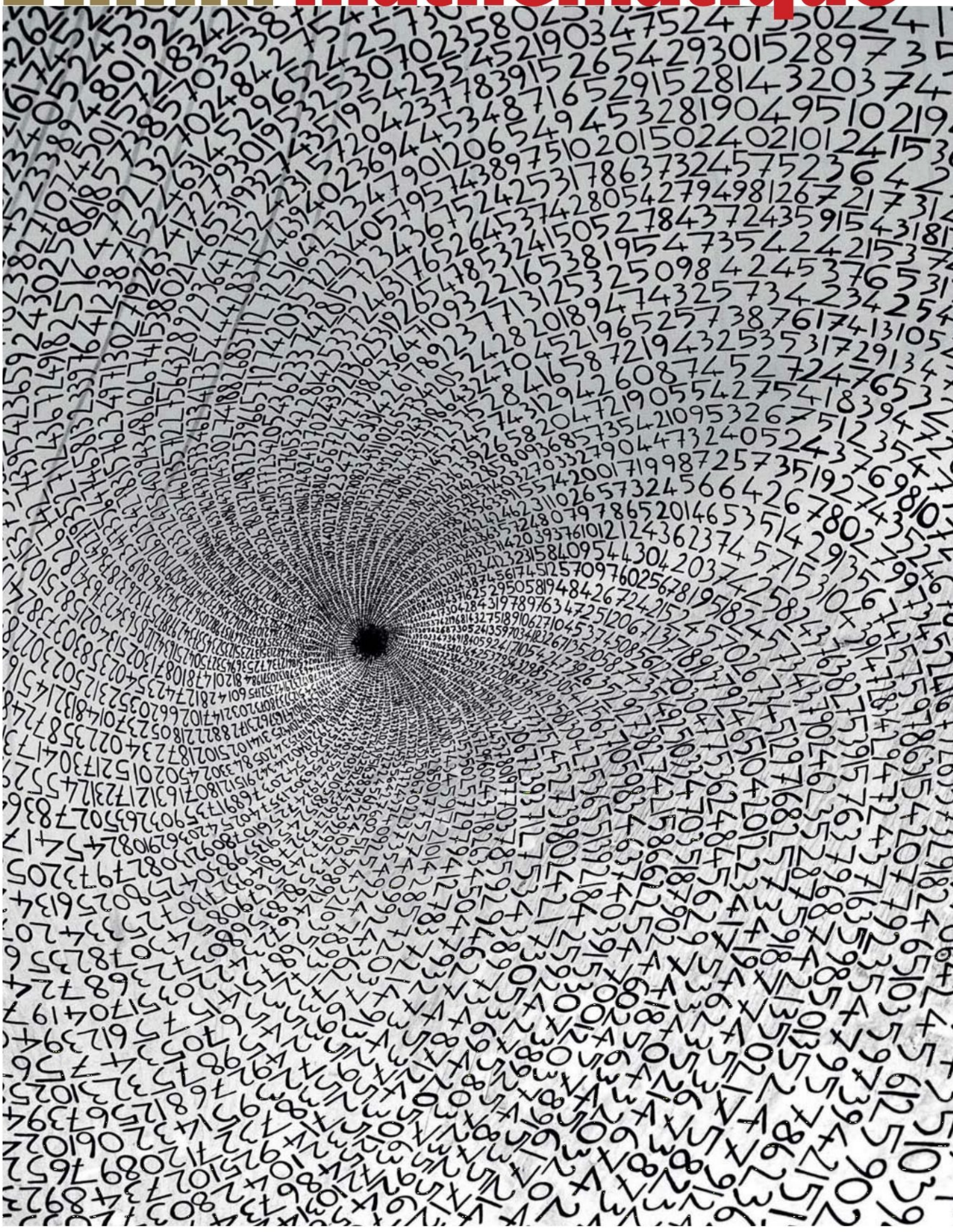
Médecin, juriste et philosophe, l'Andalou Averroès est d'abord un commentateur d'Aristote. Son ouvrage *L'Incohérence de l'incohérence* répond à la pensée d'Algazel. S'il admet la notion d'infini car *« autrement, il s'en suivrait des situations impossibles »*, il rejette comme Avicenne l'infini en acte. Il ne peut en effet accepter qu'un infini puisse en dépasser un autre. Il explique ainsi que *« si l'on divise une ligne infinie dans les deux directions, les deux parties seront également infinies. Chaque partie sera donc semblable au tout, puisque la partie et le tout seront infinis »*. Or, à l'époque, pour les mathématiciens, la partie doit être toujours inférieure au tout et il ne peut y avoir un infini plus grand qu'un autre. Averroès sera accusé d'hérésie à la fin de sa vie pour ses écrits philosophiques.

Les penseurs du monde arabe ne sont pas les seuls à n'avoir pu surmonter la difficulté de concevoir plusieurs infinis… Il faudra attendre Georg Cantor, à la fin du XIXe siècle *(lire p. 42-45)*, pour y mettre bon ordre. ■ **AZAR KHALATBARI**

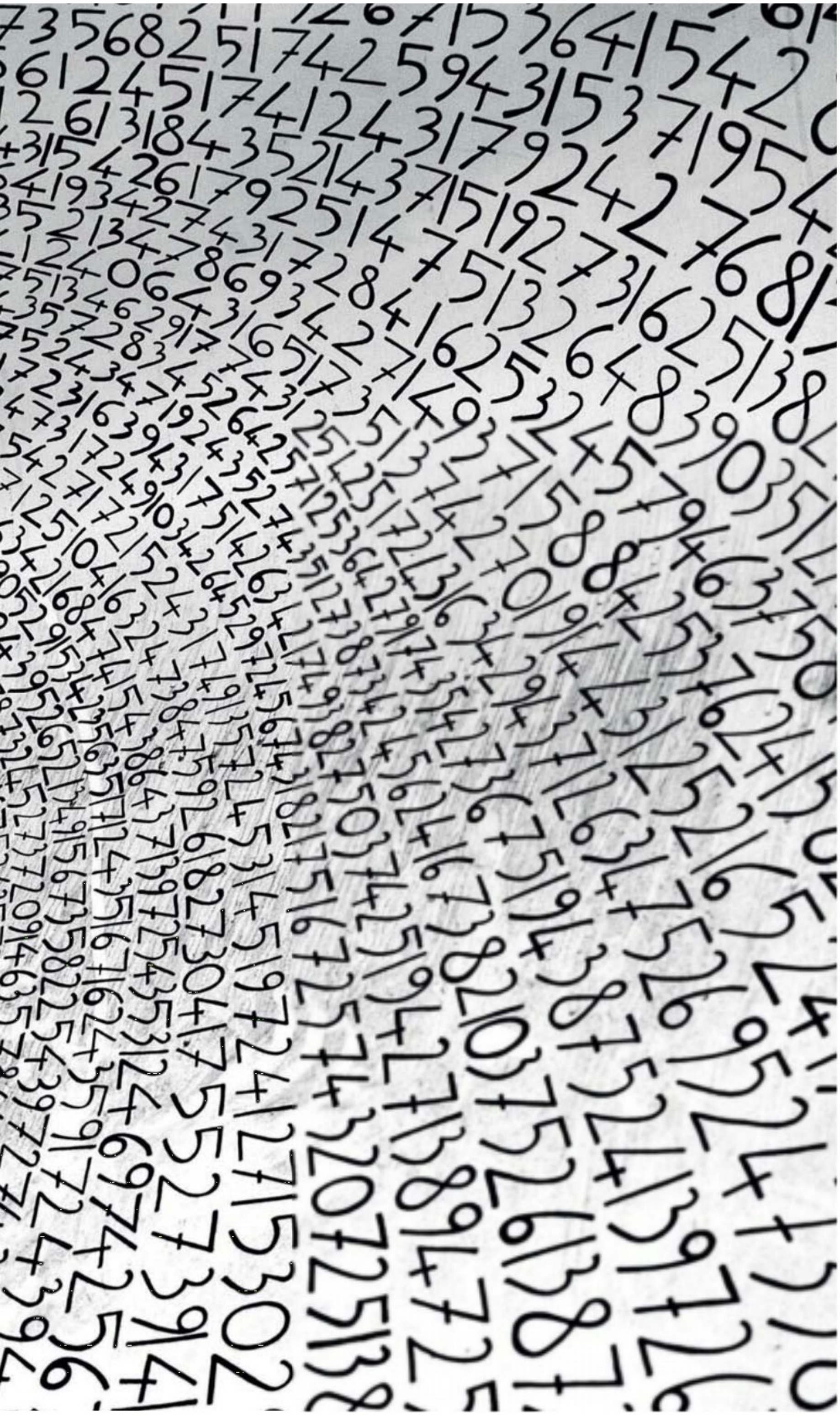
1. Louis-Émile Blanchet, *L'Infini dans les pensées juive et arabe*, Laval théologique et philosophique, https://sciav.fr/blanchet

2) Tony Lévy, *Figures de l'infini. Les mathématiques au miroir des cultures*, Seuil, 1987

L'infini mathématique



SHUTTERSTOCK



Un tout plus petit que sa partie, un coureur légendaire devancé, pour l'éternité, par une tortue... Pendant des millénaires, ces paradoxes ont mis à mal la raison des savants ! Au XIXe siècle, pourtant, Georg Cantor mettra de l'ordre dans l'infini des nombres. Échafaudant un édifice conceptuel vertigineux, mais dont l'inachèvement pourrait, aujourd'hui, obliger les mathématiciens à renouveler les bases de leur discipline.

GETTY IMAGES

Compter sur ses doigts ? Non, réaliser une bijection !

Révolution dans les mathématiques ! À la fin du XIXe siècle, Georg Cantor démontre que les réels ne sont pas dénombrables, ouvrant ainsi la voie à une infinité d'infinis.

Des infinis multiples et de taille différente

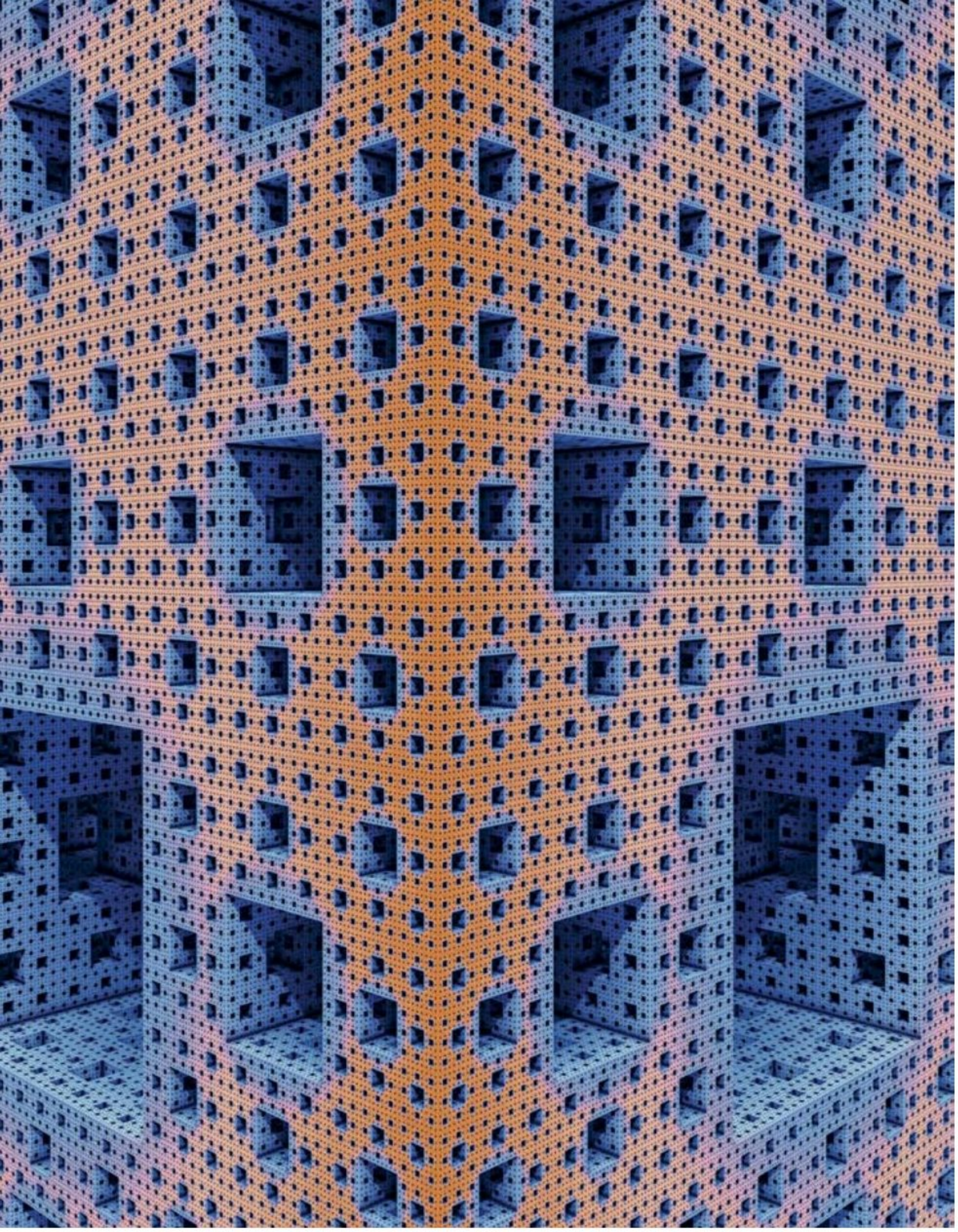
Savez-vous compter ? La question peut paraître un tantinet impertinente… Mais vous êtes-vous déjà demandé ce que signifie réellement le mot « compter », ou son synonyme « dénombrer » ? Pour essayer d'avancer sur cette question, souvenons-nous de nos premiers comptages : par exemple, pour connaître le nombre de lettres du mot AIMER, nous avons énuméré celles-ci en levant successivement les doigts : la lettre A correspondait au pouce, le I à l'index, le M au majeur, le E à l'annulaire et, enfin, le R à l'auriculaire. Nous avons appris que si notre algorithme se terminait sur l'auriculaire, la quantité recherchée était égale à cinq.

Ce protocole que nous avons pratiqué dès notre plus jeune âge dissimule sous son apparente simplicité une riche notion mathématique : il y a autant de lettres dans le mot AIMER que de doigts sur une main, puisque l'on peut faire correspondre à chaque lettre un doigt différent et que chaque doigt est associé à une lettre ; chaque élément d'un ensemble est associé à un et un seul élément de l'autre ensemble. Une correspondance qui vérifie cette propriété est qualifiée de biunivoque ou, plus simplement, appelée bijection. Si vous exhibez une bijection entre deux ensembles – ce que vous faites en permanence sans même vous en rendre compte –, c'est qu'ils ont le même nombre d'éléments : enfiler ses chaussures, c'est réaliser une bijection entre l'ensemble de ses chaussures et l'ensemble de ses pieds ! Le nombre commun d'éléments de ces ensembles est deux. Ce concept de bijection, s'il peut sembler bien compliqué pour dénombrer des ensembles de la vie quotidienne, s'est avéré essentiel pour comprendre l'infini.

Un ensemble inclus dans un autre n'est pas forcément plus petit

Car qu'est-ce qu'un ensemble infini ? Simplement un ensemble tel que l'énumération de ses éléments par les entiers ne se termine jamais. Les nombres fournissent naturellement de telles collections : l'ensemble de tous les entiers naturels, celui des nombres rationnels (pouvant s'écrire comme des fractions d'entiers), celui des nombres réels (pouvant s'écrire intuitivement comme un entier suivi de décimales)… Historiquement, au début du XIXe siècle, c'est d'ailleurs avec l'utilisation de nombres réels pour l'étude des fonctions continues qu'apparaît le besoin de préciser le recours à des ensembles infinis. Mais comment définir et manipuler ces derniers ? C'est en 1873 qu'un premier résultat important apparaît, dans la correspondance entre deux mathématiciens allemands motivés par ces questions : l'analyste Georg Cantor (1845-1918), aujourd'hui reconnu comme le fondateur de la théorie des ensembles (1), et l'algébriste Richard Dedekind (1831-1916). Et c'est un coup de tonnerre : il n'y a pas un infini, mais des infinis ! Ce que l'on appelle « l'infini » recouvre en fait des situations bien distinctes. Cantor montre en effet qu'il ne peut y avoir de bijection entre l'ensemble des entiers et l'ensemble de toutes les parties composées d'entiers (cet ensemble comprend la partie contenant les trois entiers 1, 3 et 37, celle des entiers pairs, celle des impairs, etc.) ; or, comme on l'a vu, la bijection est l'outil qui permet de dire que deux ensembles ont le même nombre d'éléments. Ainsi, bien qu'ils soient tous les deux infinis, ces ensembles n'ont pas le même nombre d'éléments ou, dans le langage de l'époque, la même puissance ; leur infinité n'est pas la même.

Dès lors, on peut chercher parmi les ensembles infinis ceux qui peuvent être mis en bijection. En trouver est facile : les ensembles des pairs, des entiers plus grands que 37, ou encore des nombres premiers ont tous la même puissance ; on les appelle ensembles dénombrables, car on peut « compter » leurs éléments avec tous les nombres entiers. Plus surprenant, l'ensemble des nombres rationnels est lui aussi dénombrable ; il y a donc « autant » de rationnels que de nombres entiers, même



SCIENCE PHOTO LIBRARY

Cet objet, appelé éponge de Menger, a un volume nul et une surface infinie. Il s'agit d'une fractale, qui présente à toutes les échelles la même structure.

si l'un de ces ensembles inclut l'autre. L'idée semble défier la raison : qu'un ensemble soit inclus dans un autre ne signifie pas qu'il est « plus petit » ! Avec des ensembles finis, on pouvait tenir le raisonnement suivant : « L'ensemble des voyelles est inclus dans l'ensemble des lettres donc il y a moins de voyelles que de lettres » ; ce « donc » n'est plus correct avec des ensembles infinis.

Des nombres que l'on ne peut définir par une phrase en français

Voici quelques autres ensembles dénombrables : l'ensemble des nombres réels algébriques, c'est-à-dire qui sont solution d'une équation algébrique à coefficients entiers (2) (comme les rationnels mais aussi √2, ou le nombre d'or) ; ou, plus étonnant, l'ensemble des réels que l'on peut définir par une phrase en français, ou l'ensemble des réels que l'on peut calculer par un programme informatique. Vous pourriez penser, à partir de tels exemples, que tous les ensembles de nombres ont la même puissance. Erreur ! L'argument de Cantor en 1873 permet de montrer simplement que l'ensemble de tous les réels n'est pas ●●●

La diagonale de Cantor : le réel... en plus

Georg Cantor a fourni plusieurs preuves pour établir que des ensembles n'étaient pas en bijection. L'une d'entre elles est désormais connue sous le nom d'argument de la diagonale.

Supposons par l'absurde qu'il existe une bijection entre l'ensemble des entiers naturels et les réels entre 0 et 1, c'est-à-dire que l'on peut énumérer tous les réels entre 0 et 1. À partir de cette énumération, construisons un tableau (avec une infinité de lignes et de colonnes) : dans la première ligne, disposons les décimales (une par case) du premier réel, dans la deuxième celles du deuxième réel...

Définissons désormais un réel *x* entre 0 et 1 en fixant l'une après l'autre ses décimales. Si la première décimale dans la première ligne est un 1, on fixe la première décimale de *x* à 0, sinon on la fixe à 1 ; si la deuxième décimale dans la deuxième ligne est un 1, on fixe la deuxième décimale de *x* à 0, sinon on la fixe à 1. En poursuivant ainsi, on définit entièrement *x*, et ce réel n'apparaît pas dans ce tableau car il diffère de chaque réel qui s'y trouve au moins sur la décimale de la diagonale du tableau.

x =	0,	0	1	0	0	1	0			
ligne 1	0,	1	2	1	3	4	5	6	7	...
ligne 2	0,	2	0	0	0	0	1	0	2	...
ligne 3	0,	1	1	3	0	2	3	1	2	...
ligne 4	0,	1	2	2	2	1	0	3	9	...
ligne 5	0,	5	1	3	1	0	1	0	2	...
⋮	0,	2	3	4	0	1	7	5	6	...

On a ainsi exhibé un réel qui n'est pas dans l'énumération, ce qui contredit le caractère bijectif de celle-ci ! En conclusion, il n'y a pas de bijection entre les entiers naturels et l'intervalle]0,1[. Ce qui entraîne qu'il n'y a pas de bijection entre N et R.

Par ce type de diagramme, Cantor a prouvé que l'ensemble des réels est plus grand que celui des entiers.

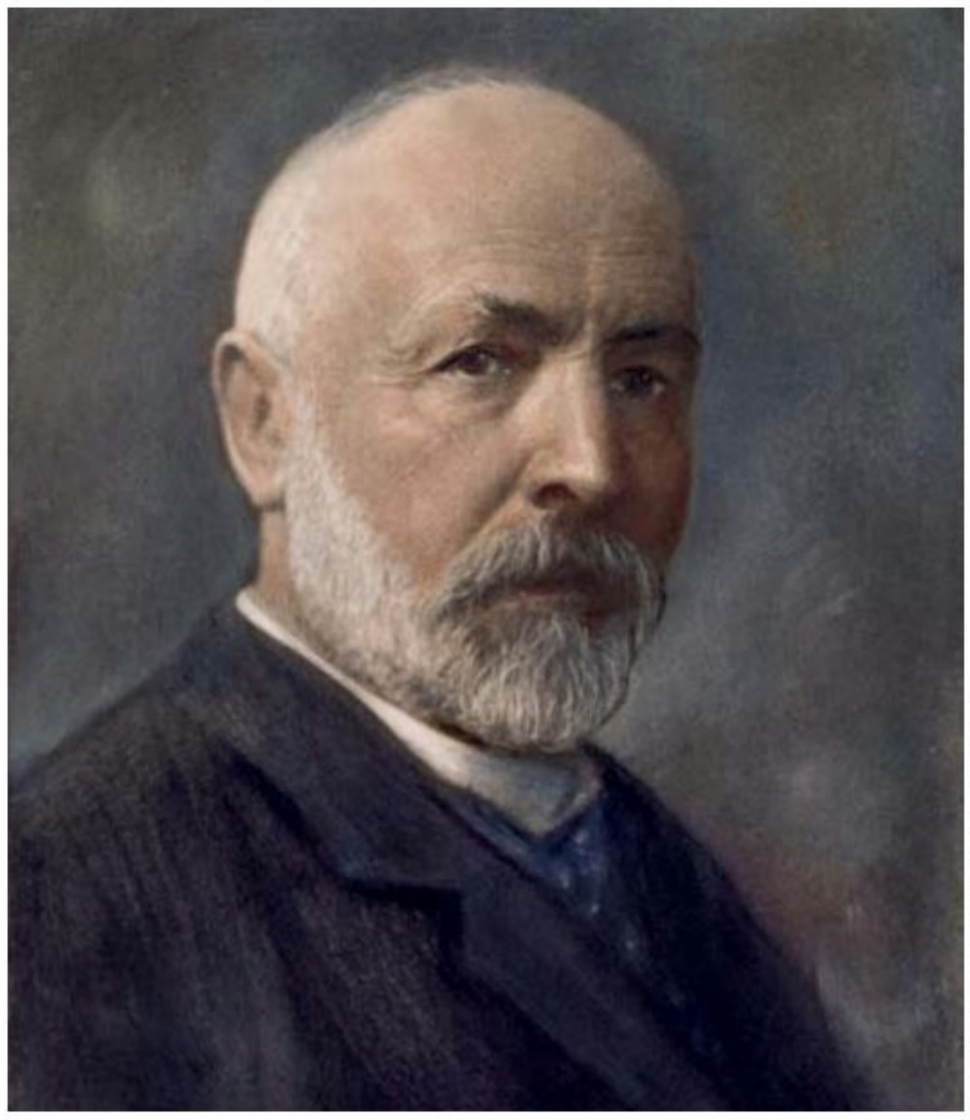
●●● dénombrable (*voir l'encadré p. 41)*. Arrêtons-nous un instant sur ce fait : si l'ensemble des réels et l'ensemble des algébriques n'ont pas la même puissance, ils ne peuvent être égaux. Donc il existe des nombres réels qui ne sont pas algébriques (on les appelle transcendants, et ils comptent dans leur rang des célébrités comme π ou la constante e de l'exponentielle). Cette information n'est pas nouvelle, mais la simplicité de cette preuve, qui établit l'existence de ces nombres sans exhiber l'un d'entre eux, est confondante. Si vous avez bien suivi l'argument précédent, vous voyez déjà d'autres résultats contre-intuitifs : il existe des réels que l'on ne peut pas définir par une phrase en français et des réels que l'on ne peut pas calculer informatiquement !

Pendant les premières années qui suivent la découverte de Cantor, on repère aussi des ensembles de même cardinalité, mais non dénombrables : un segment avec le même segment privé d'un point (enlever un point à un trait ne change pas sa cardinalité), une ligne avec une surface…

Aleph, une nouvelle notation pour écrire les infinis

Ces résultats frappent les esprits, et même le découvreur avoue son incrédulité dans ses lettres : « *Ce que je vous ai communiqué tout récemment est pour moi-même si inattendu, si nouveau, que je ne pourrai pour ainsi dire pas arriver à une certaine tranquillité d'esprit avant que je n'aie reçu, très honoré collègue, votre jugement sur son exactitude. Tant que vous ne m'aurez pas approuvé, je ne puis que dire : Je le vois mais ne le crois pas.* » Dedekind va confirmer la validité de l'argument, et celui-ci va se diffuser progressivement dans la communauté mathématique. Comme le dit le mathématicien français Henri Poincaré en 1902 dans un article intitulé « Les fondements de la géométrie » : « *Notre façon de concevoir l'infini s'est […] modifiée. M. G. Cantor nous a appris à distinguer des degrés dans l'infini lui-même* ».

Pour écrire de façon commode ces différents infinis, Cantor imagine de noter $\aleph_0$ (aleph 0) le cardinal des dénombrables, $\aleph_1$ celui des réels, etc. Toutefois, il ne se limite pas à cette première distinction entre ensembles infinis (qu'il appelle d'ailleurs transfinis, tant il se méfie des sens attachés au mot « infini »). Alors que dans un premier temps, il avait considéré le cardinal des ensembles, c'est-à-dire leur nombre d'éléments, il imagine dans un second temps de regarder le rang d'un ensemble dans une énumération d'ensembles inclus les uns dans les autres, du plus petit vers les plus grands : pour le dire naïvement, il passe de la suite « un, deux, trois… » (on compte les éléments pour obtenir le cardinal) à la suite « premier, deuxième, troisième... » (on détermine le rang dans l'énumération). Si l'on reprend l'exemple des doigts de la main, de cardinal 5, cette détermination du rang permet de préciser leur position : à partir du pouce, 0, l'auriculaire correspond au rang 4, ce que Cantor appelle ordinal 4. Cela peut sembler anodin, voire inutile, mais, avec ce changement conceptuel, on gagne en précision et en finesse car l'on peut désormais distinguer des ensembles qui ont le même cardinal.



THE GRANGER COLLECTION NY / AURIMAGES

Georg Cantor a été le premier à mettre de l'ordre dans l'infini, permettant aux mathématiques d'avoir une base solide.

« Ce que je vous ai communiqué est pour moi si inattendu […], que je ne pourrai arriver à une certaine tranquillité d'esprit avant que je n'aie reçu, très honorable collègue, votre jugement sur son exactitude »

Extrait d'une lettre de Georg Cantor à Richard Dedekind, 29 juin 1877.

Vidéo sur l'hôtel de Hilbert : https://sciav.fr/hilbert1

Vidéo sur l'hydre de Lerne : https://sciav.fr/hydrekirby

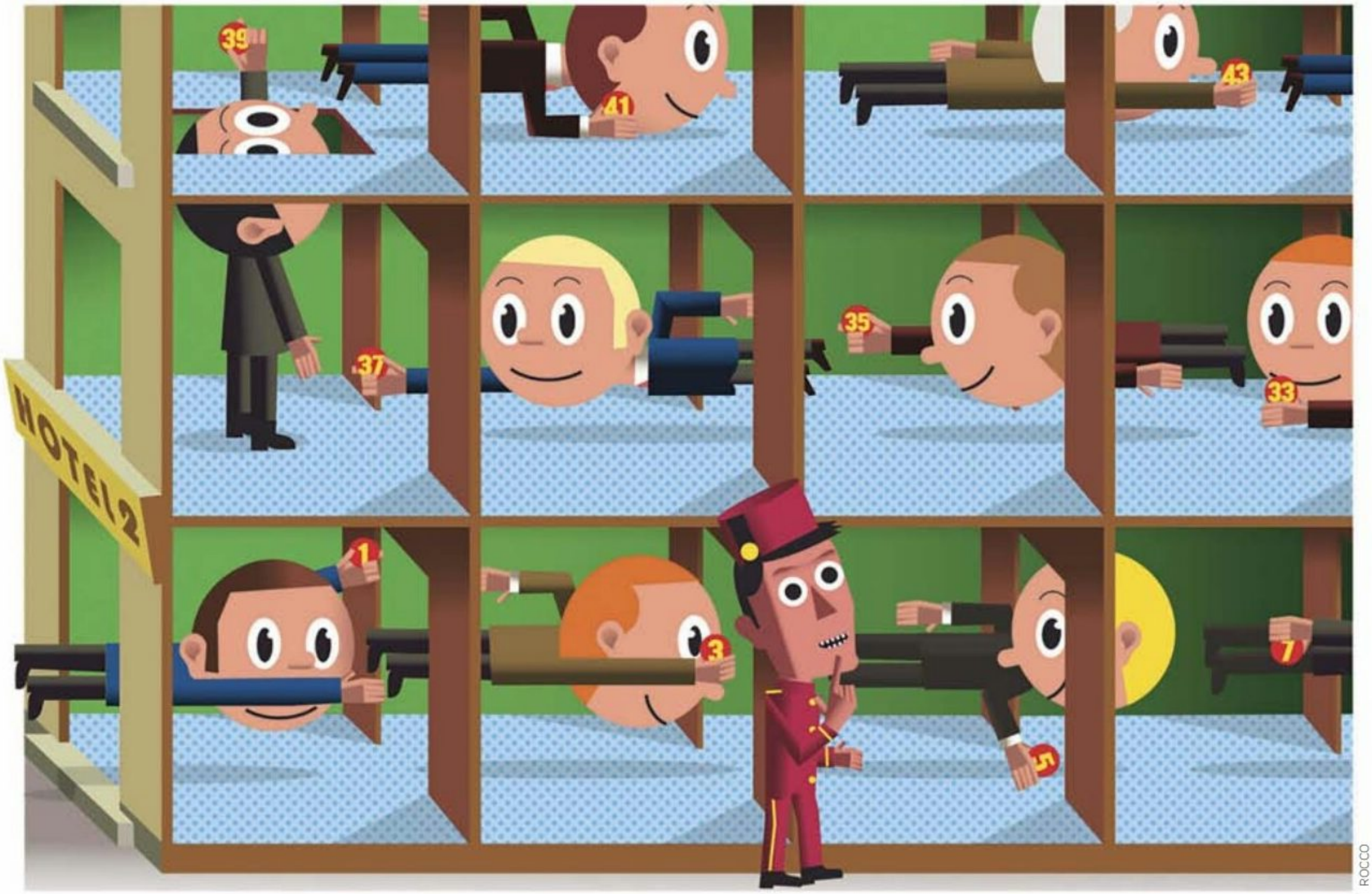
Vidéo sur le théorème de Goodstein : https://sciav.fr/30Sc8Ko3A

L'hôtel de Hilbert expliqué par des collégiennes : https://sciav.fr/hilbert2

Au-delà des entiers naturels, les ordinaux transfinis

Cantor élabore ainsi une collection d'ensembles de référence appelés ordinaux telle que tout ordinal appartient aux ordinaux plus grands que lui, les ordinaux finis correspondant aux entiers naturels. La collection des ordinaux transfinis apparaît donc comme un prolongement de la suite ordonnée des entiers naturels. Après l'ordinal correspondant à 0, puis celui correspondant à 1, et ainsi de suite pour tous les entiers naturels, le premier ordinal transfini que l'on aperçoit dispose d'une notation propre, ω : c'est le plus petit ordinal plus grand que les entiers et donc le plus petit objet infini.

Les ordinaux ont joué un rôle important dans la compréhension des fondements des mathématiques, mais ils ne présentent pas qu'un intérêt théorique. Ils peuvent par exemple être l'objets d'opérations arithmétiques (l'addition, la multiplication et l'exponentiation). On peut aussi calculer des ordinaux comme $\omega+1$, ω^2 ou même ω^ω. Si l'on additionne ou multiplie deux ordinaux correspondant à des



ROCCO

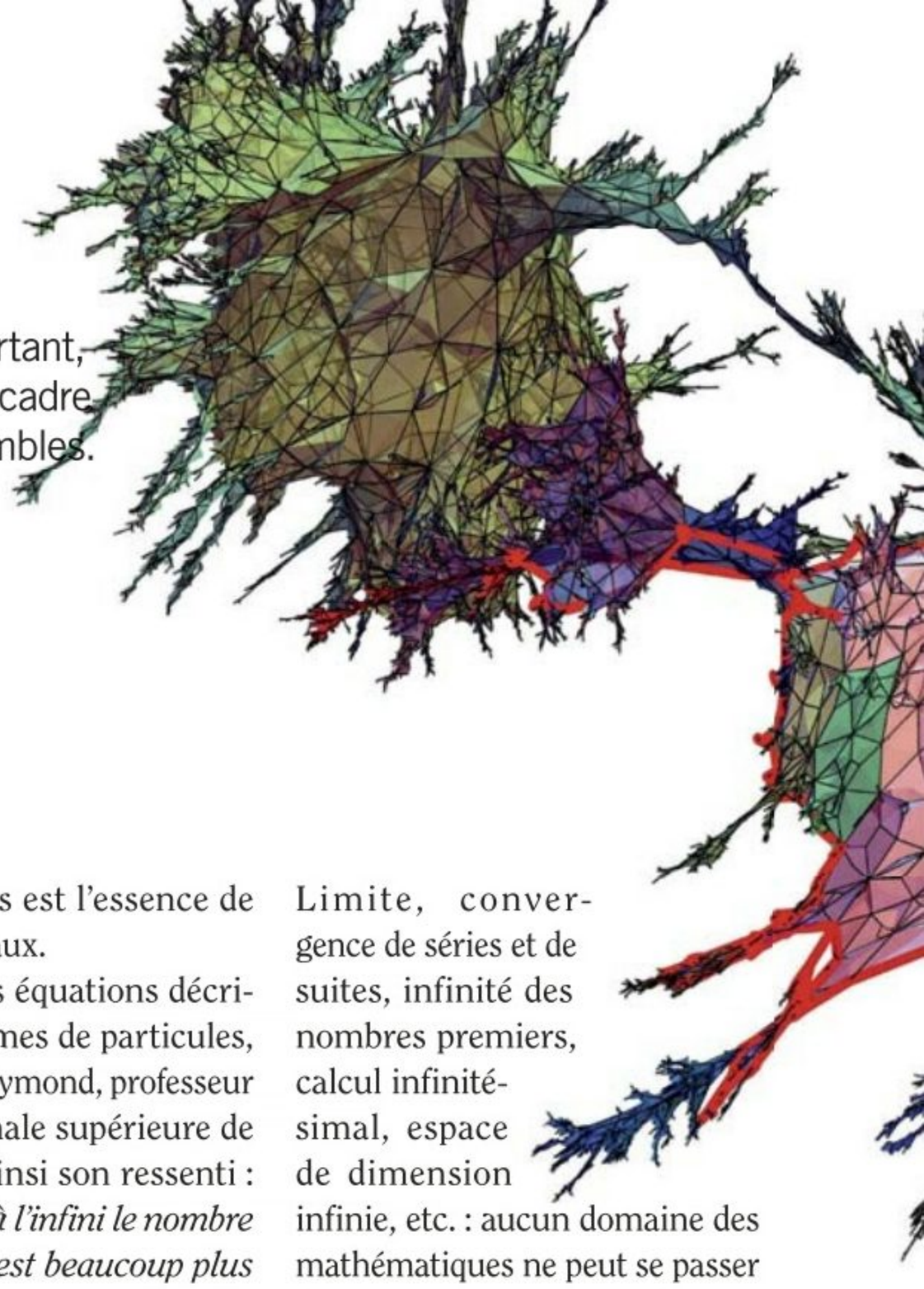
L'hôtel (très) particulier de Hilbert

On attribue à David Hilbert un joli exemple pour familiariser le public avec les ensembles dénombrables. Imaginons un hôtel qui dispose d'une infinité de chambres numérotées avec les entiers (il y a une chambre 0, une chambre 1... et ainsi de suite). Si toutes les chambres sont occupées et qu'un nouveau client arrive, le réceptionniste peut tout de même le loger : il suffit de dire à chaque client déjà présent de libérer sa chambre et d'occuper la suivante puis de mettre l'arrivant dans la chambre 0, désormais libre. Tous les clients, l'arrivant comme ceux déjà présents, disposent d'une chambre et il n'y a pas de chambre avec plusieurs clients. On a illustré ici que si on rajoute un élément à un ensemble dénombrable (l'ensemble des clients déjà logés), on obtient encore un ensemble dénombrable : la bijection fait correspondre un client au numéro de sa chambre.
Si maintenant, vous disposez de deux tels hôtels infinis, il est possible de reloger tous les clients du second dans le premier sans pour autant expulser un seul client de celui-ci : à vous de trouver le protocole !

entiers, le résultat sera l'ordinal qui correspond à la somme ou au produit de ces entiers.
Cette arithmétique des ordinaux permet de dépasser l'incrédulité et les doutes des contemporains de Cantor et d'obtenir de nouveaux théorèmes. Par exemple, certains résultats sur les entiers, sans lien *a priori* avec l'infini, ne sont pas démontrables en restant dans le cadre théorique des entiers, mais on peut les établir en passant par l'ensemble, plus grand, des ordinaux. Le plus fascinant concerne ce qu'on appelle les suites récurrentes de Goodstein, des suites d'entiers qui semblent en apparence croître extrêmement rapidement (si l'on commence le calcul avec la modeste valeur 19, les termes suivants comportent 17 chiffres, 155 chiffres, 2185 chiffres, et plus de 15 millions à la septième étape !). Dans le cadre ordinaire de l'arithmétique, il est établi qu'on ne peut déterminer leur comportement asymptotique, alors qu'en passant par les ordinaux, on parvient facilement à montrer qu'elles stationnent à la valeur 0. Le calcul par les ordinaux s'avère donc plus fécond que le calcul par les entiers, même pour établir des résultats qui ne les font pas intervenir. De telles considérations confortent l'affirmation d'Henri Poincaré dans son ouvrage *Science et méthode* : « *Pour enseigner l'arithmétique d'une façon vraiment logique, on devrait commencer par établir les propriétés générales des nombres cardinaux transfinis, puis distinguer parmi eux une toute petite classe, celle des nombres entiers ordinaires.* » Il se reprend toutefois quelques lignes plus loin : « *Cette méthode est évidemment contraire à toute saine psychologie.* » Ouf, vous n'aurez pas à connaître l'infini pour savoir compter dans la vie de tous les jours ! ■ **ROGER MANSUY**

1. Théorie qui précise les manipulations d'ensembles et sert désormais de fondement aux mathématiques.

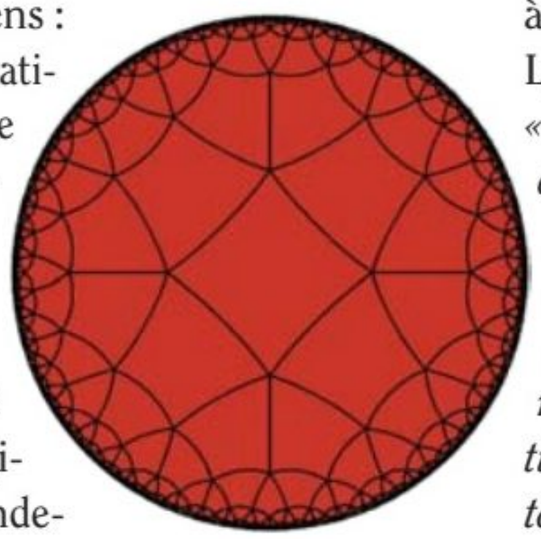
2. Équation qui ne fait intervenir que des puissances, des multiplications par des entiers et des additions. Par exemple, $x^4-37x^3 + 13x + 2 = 0$.



L'infini est aujourd'hui un outil de base en mathématiques. Pourtant, les énigmes que pose encore ce concept obligent à repenser le cadre dominant de la discipline depuis un siècle : la théorie des ensembles.

L'aiguillon perpétuel des mathématiciens

« *Les mathématiques sont la science de l'infini* », disait le mathématicien allemand Hermann Weyl. En fait, en matière d'infini, on distingue deux types de mathématiciens : une très grande majorité de praticiens, qui s'en servent comme d'un outil ; et ceux qui, à l'instar de Georg Cantor qui en a révolutionné la compréhension à la fin du XIXe siècle (*lire p. 42-45*), en font un objet d'étude mathématique : logiciens ou spécialistes des fondements des mathématiques (théorie des ensembles, théorie des modèles, théorie de la démonstration). Beaucoup, par exemple, se préoccupent de phénomènes limites : que se passe-t-il lorsque, partant d'objets en nombre fini, ce nombre devient de plus en plus grand et « tend vers l'infini » ? Cette étude des comportements asymptotiques est l'essence de multiples travaux.



Le disque de Poincaré, ici pavé par des carrés, représente un espace de la géométrique hyperbolique. Dans cette géométrie, le bord du disque n'appartient pas au disque : il est à l'infini.

JEAN-CHRISTOPHE BENOISTE / CREATIVE COMMONS

Spécialiste des équations décrivant des systèmes de particules, Laure Saint-Raymond, professeur à l'École normale supérieure de Lyon, décrit ainsi son ressenti : « *Faire passer à l'infini le nombre de particules est beaucoup plus abstrait que de réaliser une mesure physique directe. Mais cela permet de formaliser un résultat, et le modèle que l'on en tire est "plus simple", dans un certain sens. Mon travail consiste à comprendre le système physique fini comme une perturbation du système infini, du modèle asymptotique que j'ai trouvé.* » « *Le passage à la limite permet d'avoir mentalement une perception de l'infini. Les choses se simplifient à l'infini* », renchérit Alain Connes, professeur émérite au Collège de France.

Limite, convergence de séries et de suites, infinité des nombres premiers, calcul infinitésimal, espace de dimension infinie, etc. : aucun domaine des mathématiques ne peut se passer de l'infini, qu'il s'agisse de l'infiniment grand ou de l'infiniment petit. « *Si vous me demandez comment je me sers de l'infini, c'est comme si vous me demandiez comment je fais des mathématiques,* s'amuse Jean-Michel Kantor, professeur à Sorbonne Université aujourd'hui à la retraite. *Cela n'existe pas, les mathématiques sans infini.* »

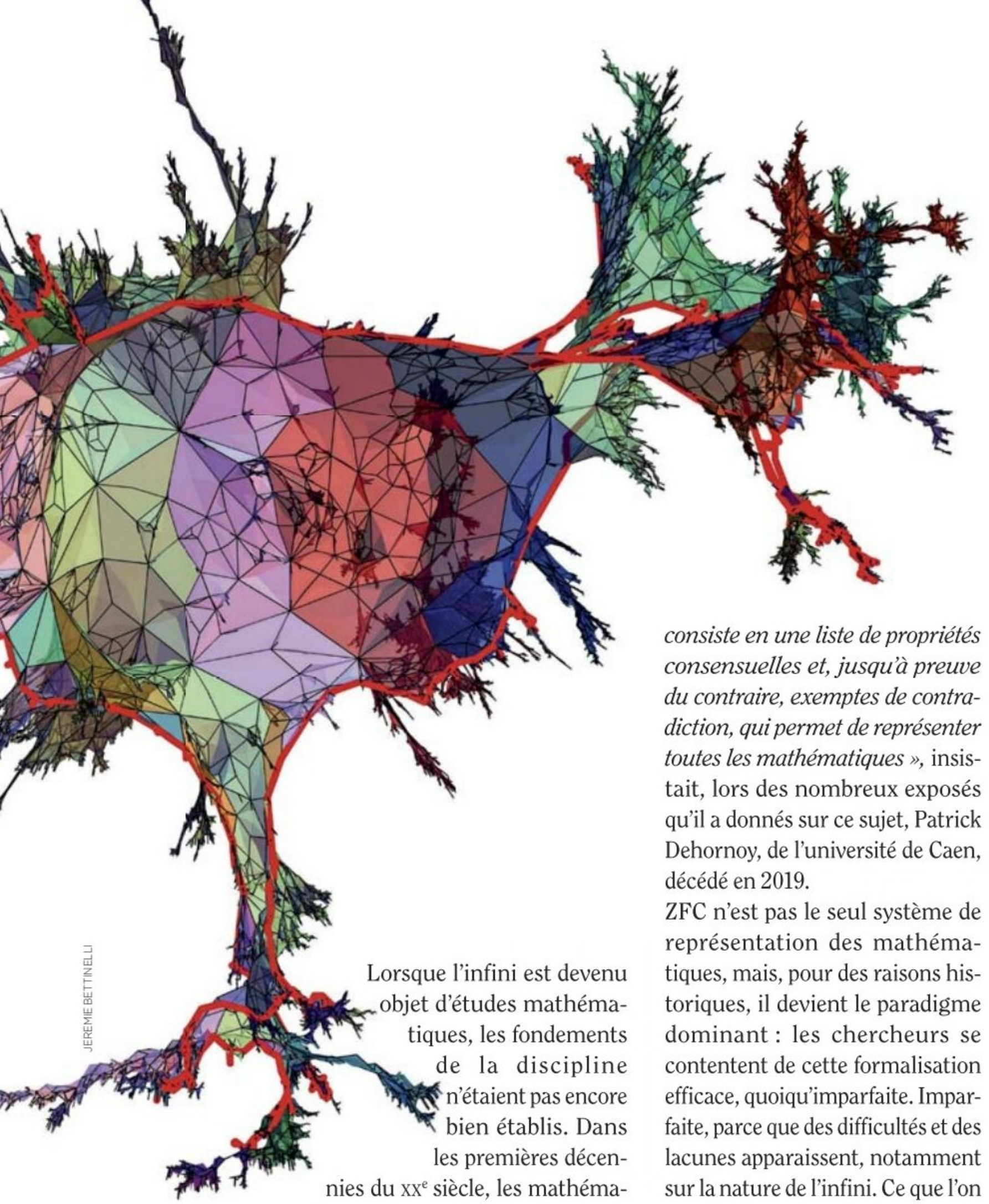
L'hypothèse du continu, une question ouverte sur l'infini

Pourtant, si l'infini est inspirant et consubstantiel aux mathématiques, peu l'étudient au-delà des propositions de Cantor. Tout simplement parce qu'ils n'en ont pas besoin. « *D'un point de vue pratique, il n'y a pour moi que trois types d'ensembles : finis, infinis dénombrables – qui peuvent être mis en bijection avec les entiers naturels – et infinis non dénombrables. Autant que je me souvienne, je n'ai jamais eu à distinguer entre les diverses espèces de non-dénombrables* », confie Jean-Pierre Serre, l'un des mathématiciens les plus influents du XXe siècle (médaille Fields, prix Abel).

Des nombres impossibles à écrire

Les puissances et les exponentielles usuelles sont des outils certes pratiques, mais limités quand il s'agit de noter des nombres au-delà de toute mesure. Bien que les nombres utilisés en sciences n'aient pas besoin d'autre type d'écriture (on estime le nombre de particules de l'Univers à 10^{80}, et le plus grand nombre premier calculé actuellement est de $2^{85589933}$-1), les mathématiciens imaginent des nombres abstraits finis, mais impossibles à écrire à l'aide d'exponentielles. Plusieurs notations ont été imaginées. Les plus connues sont celles de Donald Knuth, n↑↑m, ou de John Horton Conway a->b-> … -> z. Ces notations de nature récursive sont si compactes que pour écrire un entier tel que 10↑↑↑↑↑ 10 ou 10 ->10->10 avec des exponentielles, d'exponentielles, d'exponentielles, etc., on aurait besoin d'une masse d'encre supérieure à celle de l'Univers connu !

Mais si l'on ne peut pas écrire l'infini, on peut le noter. Outre le signe ∞, supposé représenter un ruban de Möbius, les grands cardinaux sont depuis Cantor représentés à l'aide de la lettre aleph (ℵ), première lettre de l'alphabet hébreu. Ainsi, le cardinal de l'ensemble des entiers naturels est noté $\aleph_0$.



JEREMIE BETTINELLI

Lorsqu'on part d'un graphe aléatoire et que l'on cherche sa limite infinie, on obtient un objet baptisé carte brownienne, dont on montre ici une triangulation. L'étude de ces cartes est un champ très actif des probabilités.

Lorsque l'infini est devenu objet d'études mathématiques, les fondements de la discipline n'étaient pas encore bien établis. Dans les premières décennies du XX^e siècle, les mathématiciens allemands Ernest Zermelo et Abraham Frankel construisirent un système d'axiomes – vérités admises *a priori* – permettant d'asseoir à la base des mathématiques la théorie des ensembles *(lire note 1 p. 45)*. Ce système, qui sera amélioré par la suite, est baptisé ZFC (Zermelo, Frankel et axiome du choix, *lire ci-dessous*) et devient la référence dans laquelle toutes les mathématiques doivent pouvoir s'exprimer. *« ZFC consiste en une liste de propriétés consensuelles et, jusqu'à preuve du contraire, exemptes de contradiction, qui permet de représenter toutes les mathématiques »,* insistait, lors des nombreux exposés qu'il a donnés sur ce sujet, Patrick Dehornoy, de l'université de Caen, décédé en 2019.

ZFC n'est pas le seul système de représentation des mathématiques, mais, pour des raisons historiques, il devient le paradigme dominant : les chercheurs se contentent de cette formalisation efficace, quoiqu'imparfaite. Imparfaite, parce que des difficultés et des lacunes apparaissent, notamment sur la nature de l'infini. Ce que l'on appelle l'hypothèse du continu.

Cantor a démontré que la taille de l'ensemble des réels (R) – sa cardinalité – est strictement plus grande que celle de l'ensemble des nombres entiers (N). Selon l'hypothèse du continu, il n'existe pas d'infini intermédiaire entre ces deux ensembles. Exposé autrement, cela signifie qu'entre l'infini dénombrable de N et l'infini non dénombrable de R, il n'y a pas d'ensemble dont l'infini serait de cardinalité différente. L'hypothèse est-elle vraie ou fausse ? Cette question ouverte sur l'infini était tellement importante que l'influent mathématicien allemand David Hilbert l'a placée en 1900 sur la liste des 23 problèmes qu'il lui paraissait important de résoudre.

Découper indéfiniment jusqu'à des points sans dimension

Mais quel lien avec ZFC ? En 1963, le mathématicien Paul Cohen, s'appuyant sur des travaux du logicien Kurt Gödel, démontre que si les mathématiques construites avec le système ZFC sont non contradictoires – si elles ne conduisent pas à une affirmation et à son contraire –, on ne peut démontrer l'hypothèse du continu. *« Mais cela ne veut pas dire qu'elle restera indémontrable à tout jamais : c'est surtout que le système ZFC est incomplet »,* précisait Patrick Dehornoy.

La question se pose donc : comment compléter ZFC ? En ajoutant ou substituant des axiomes à ceux que le système comporte ? Car leur choix est d'une importance primordiale : selon le système axiomatique de départ, on obtient des résultats très différents. Par exemple, si l'on restreint l'axiome du choix (selon lequel étant donné une collection d'ensembles non vides, il existe toujours un ensemble ayant exactement un élément commun avec chacun de ces ensembles) à des collections dénombrables de choix, et si l'on y ajoute l'axiome (dû au mathématicien américain Robert Solovay) selon lequel tout sous-ensemble d'une droite est « mesurable », on obtient des raffinements sur la cardinalité de l'infini : *« Grâce à ce cadre, on peut démontrer qu'il existe des ensembles qui, dans ZFC, ont la même cardinalité que le continu [que R], mais qu'il est en revanche impossible* ●●●

FRANÇOIS GUILLOT / AFP

« D'un point de vue pratique, il n'y a pour moi que trois types d'ensembles : finis, infinis dénombrables et infinis non dénombrables »

Jean-Pierre Serre, mathématicien

●●● *de mettre explicitement en bijection avec le continu,* explique Alain Connes. *Les éléments de ces ensembles sont différents, mais se ressemblent autant que l'on veut… C'est assez subtil! Les pavages de Penrose sont dans ce cas* [voir l'illustration]. *Mais ces espaces étonnants abondent en mathématiques et ils m'ont grandement inspiré pour développer la géométrie non commutative *. »*

Autre exemple classique lié à l'infini : le paradoxe de Banach-Tarski. On démontre, cette fois en prenant l'axiome de choix habituel, qu'une sphère peut être découpée de façon subtile de manière à obtenir, en reconstituant les morceaux, deux fois la sphère de départ. Ce n'est possible que dans le monde mathématique où l'on peut découper indéfiniment jusqu'à des points sans dimension…

Plusieurs voies de recherche sont en cours pour compléter ZFC afin d'obtenir une solution satisfaisante sur les énigmes posées par l'infini. L'une d'elles est baptisée le « modèle interne de la théorie des ensembles ». Convaincu que l'hypothèse du continu est vraie, Hugh Woodin, mathématicien de l'université Harvard, cherche depuis plusieurs années à étendre ZFC dans un modèle qu'il a baptisé « L ultime ». Ce modèle met en jeu une hiérarchie de très grands cardinaux, des infinis de plus en plus grands. En lui ajoutant un axiome, Woodin et d'autres espèrent parvenir à démontrer l'hypothèse du continu. Sans succès pour le moment.

Pavage de Penrose
Ces pavages infinis du plan, étudiés par le mathématicien britannique Roger Penrose dans les années 1970, peuvent être caractérisés par des règles locales. Ils sont non périodiques.

Les ordinateurs, vers une puissance de calcul illimitée?

ROCCO

En 1946, Eniac, premier calculateur électronique, effectuait environ mille opérations par seconde. Puis, pour la fabrication des ordinateurs, les fragiles tubes à vide ont été remplacés par des transistors (1955), intégrés par la suite dans des puces (1963). Depuis, on a gravé dans le silicium toujours plus de transistors… toujours plus miniaturisés. Trois quarts de siècle plus tard, le plus gros ordinateur du monde calcule cent mille milliards de fois plus vite que le premier. Pourtant, les fabricants de matériel informatique foncent dans un « mur » technologique : un transistor ne peut fonctionner avec une poignée d'atomes. Pour prolonger l'ère du transistor, certains testent des puces en 3D, des nanotubes… ou tentent d'imiter le système nerveux. En attendant l'ordinateur quantique, dont l'arrivée serait, selon certains, imminente. Avec ses qubits qui peuvent représenter à la fois 0 et 1, il promet un bond en avant… incalculable. **PIERRE VANDEGINSTE**

« La technique utilisée par Paul Cohen pour son résultat de 1963 a engendré tout un foisonnement de recherches sur la taille des ensembles », explique Juliette Kennedy, logicienne à l'université d'Helsinki (Finlande). Cette technique puissante, baptisée « forcing », s'est révélée d'une grande utilité pour comparer des infinis qui ne pouvaient l'être dans le cadre habituel de la théorie des ensembles. Elle a fructifié dans d'autres branches de la logique mathématique, notamment la théorie des modèles. *« En théorie des modèles, une "théorie" est un ensemble d'axiomes, ou de règles, qui définissent une partie des mathématiques. On peut la voir comme un moyen de classer les théories ou les modèles mathématiques »*, explique Jean-Michel Kantor.

C'est en utilisant la théorie des modèles que des Américains, Maryanthe Malliaris et Saharon

JEAN-FRANCOIS COLONNA (CMAP/ECOLE POLYTECHNIQUE, WWW.LACTAMME.POLYTECHNIQUE.FR)

Shelah, ont montré en 2016 que deux infinis – baptisés p et t – sont égaux. *« Ce qui est étonnant, c'est qu'indépendamment du fait que l'hypothèse du continu soit vraie ou fausse, le cardinal de p et le cardinal de t sont toujours égaux »*, explique Boban Velickovic, logicien à l'Institut de recherche en informatique fondamentale de l'université de Paris. Beaucoup de mathématiciens ne pensaient pas qu'un tel résultat pouvait être obtenu dans le cadre de ZFC.

Dessiner des « patates » ou coller des étiquettes

Reste que la théorie des ensembles dominante depuis un siècle n'est peut-être pas le meilleur cadre pour décrire les mathématiques et l'infini. *« La théorie des ensembles n'est qu'une représentation des mathématiques. Un courant récent issu des mathématiques constructivistes (basées sur une logique intuitionniste) et stimulé par les problèmes posés par les besoins de l'informatique cherche à voir si l'on pourrait réécrire l'intégralité des mathématiques à l'aide d'une autre notion : la "théorie des types" »*, raconte Jean-Michel Kantor. La différence entre ensemble et type ? Tous deux sont une manière de classer les objets, mais quand la théorie des ensembles invite à dessiner des « patates » (des ensembles), la théorie des types pousse à coller des étiquettes.

« La notion de collection, en théorie des ensembles, c'est comme un sac de billes, où chaque objet est "atomique", explique Thierry Coquand, professeur d'informatique théorique à l'université de Göteborg (Suède). *Du coup, soit ils sont identiques, soit ils ne le sont pas. La notion d'identification y est très simple. La théorie des types introduit une notion d'identification plus raffinée : l'idée est qu'il peut y avoir plusieurs manières d'identifier deux objets. »* Cette particularité permet d'avoir deux notions de complexité différente : l'une liée à la taille, l'autre à la notion d'identification. Par exemple, la collection des nombres entiers a une taille très importante, mais l'identification est très simple (il est facile de dire si deux entiers sont égaux ou non). L'un des objectifs de la théorie des types est de démontrer des énoncés mathématiques à l'aide d'ordinateurs, mais aussi de vérifier des programmes informatiques utilisant des hiérarchies très complexes. *« Nous réfléchissons encore à la manière de la formaliser, car nous devons être très précis si nous voulons faire des preuves sur machine »*, conclut Thierry Coquand.

« Les éléments de ces ensembles sont différents, mais se ressemblent autant que l'on veut. C'est assez subtil ! »

Alain Connes,
professeur émérite
au Collège de France

Ces infinis des mathématiciens représentent le summum de l'abstraction. S'ils vous effraient, n'hésitez pas à revenir à un infini plus pratique. *« Lorsque j'ai demandé à des artistes ce que représentait pour eux l'infini, certains l'exprimaient comme une "multitude", d'autres comme ce qui est au-delà de notre horizon, de notre capacité de compréhension. À chacun d'imaginer comment il le conçoit »*, souligne Juliette Kennedy. N'oublions pas que dans le monde réel, l'infini n'existe pas… ■

PHILIPPE PAJOT

---

* La géométrie non commutative étudie les conséquences en mathématiques des situations où les grandeurs ne commutent pas. Le mathématicien britannique John Horton Conway l'illustrait en disant que lorsqu'on met une chaussette, puis une chaussure, on n'obtient pas le même résultat qu'en commençant par mettre une chaussure avant d'enfiler par-dessus une chaussette.

Codage informatique : la folie des ordres de grandeur

Au commencement était le bit. Un vocabulaire, certes, minimal : zéro ou un. Mais avec deux bits, on compte déjà jusqu'à trois : 00 = zéro, 01 = un, 10 = deux et 11 = trois. Avec huit bits (un octet), on va jusqu'à 11111111 = 255. 32 bits permettent de jongler avec les milliards ! Et avec les milliards d'octets de leurs mémoires, les ordinateurs tutoient l'infini.

Dès les premiers pas de l'informatique, on a inventé pour représenter des nombres très grands ou très petits, et très précis, le « nombre flottant ». Cela, en s'inspirant de la « notation scientifique », qui permet d'écrire par exemple que la masse du Soleil est de $1{,}9884 \times 10^{30}$ kg. On fait donc de même dans les ordinateurs, en codant séparément les chiffres significatifs (1,9884) – la précision – et l'exposant (30) – qui donne l'ordre de grandeur. La norme IEEE 754, formulée en 1985 par l'Institute of Electrical and Electronics Engineers, une association internationale de droit américain, et adoptée désormais sur la plupart des ordinateurs, leur attribue respectivement 24 et 8 bits. Les nombres ainsi codés sur 32 bits peuvent prendre des valeurs qui, exprimées en décimal, sont comprises entre 10^{-38} et 10^{38} avec sept chiffres significatifs.

Mais que se passe-t-il si je souhaite, par exemple, multiplier la masse du Soleil par celle de la Terre ($5{,}9722 \times 10^{24}$) ? Le résultat ($1{,}187512248 \times 10^{55}$) dépasse les limites de cette norme. Pas de panique ! Outre la version « simple précision », la norme IEEE 754 propose aussi la « double précision », sur 64 bits, pour représenter des nombres entre 10^{-308} et 10^{308} avec seize chiffres significatifs. Ou même la « quadruple précision », moins usitée, sur 128 bits (34 chiffres significatifs, exposants de ±4932). Enfin, la « précision octuple », sur 256 bits : 71 chiffres significatifs et des exposants de ±78913 !…

On touche à la démesure ! Mais on peut encore aller plus loin, avec… « l'hyperpuissance ». *« C'est une exponentiation itérée*, explique Jean-Michel Muller, directeur de recherche CNRS au Laboratoire de l'informatique du parallélisme (ENS Lyon). *Ainsi, 2 à l'hyperpuissance 3 est égal à 2 à la puissance (2 à la puissance 2). »* L'accélération est fulgurante : 10 à l'hyperpuissance 2, c'est déjà dix milliards. Et 10 à l'hyperpuissance 3, c'est 10 à la puissance dix milliards… De quoi s'approcher toujours plus près du ciel, sans se brûler les ailes.

Certes, mais quid de l'infini lui-même ? Même pas peur, répond l'ordinateur. *« La norme IEEE 754*, indique Jean-Michel Muller, *prévoit un codage de l'infini. Si au cours de l'exécution d'un logiciel, on est amené à diviser "1" par "0", on obtient l'infini. »*. Tout simplement.

P. V.

interview

STANISLAS DEHAENE
Professeur au Collège de France, titulaire de la chaire de psychologie cognitive expérimentale, membre de l'Académie des sciences, président du Conseil scientifique de l'Éducation nationale

« La plasticité de notre cerveau, immense mais pas illimitée »

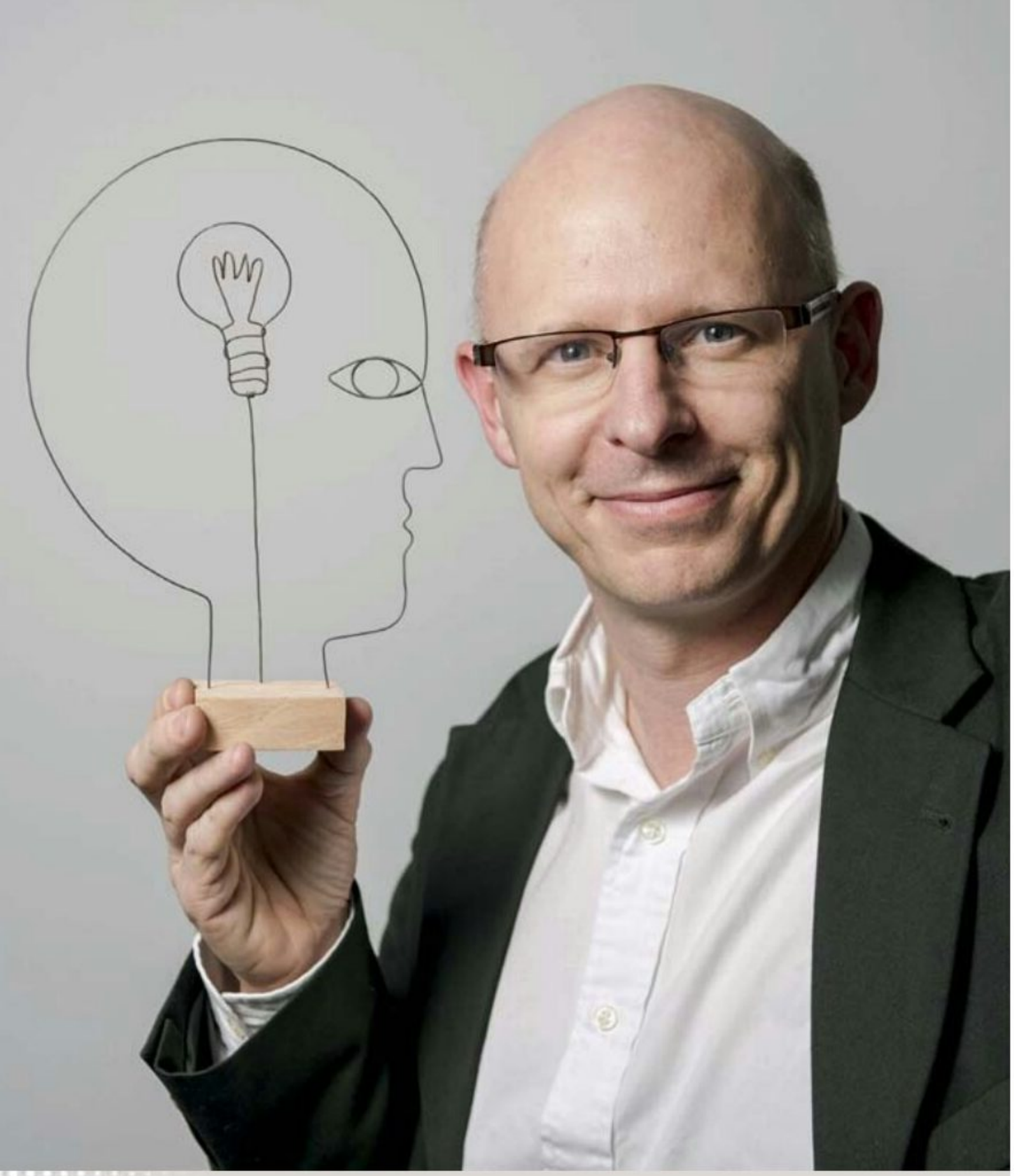
On sait que l'enfant a, dès la naissance, le sens des nombres. À partir de quand se représente-t-il l'infini ?
Il semble que cette notion apparaisse assez spontanément chez la plupart des enfants vers l'âge de 8 - 10 ans. On peut le démontrer en posant, par exemple, cette question toute simple : y a-t-il un nombre plus grand que les autres ? Les plus jeunes répondent oui, mais en grandissant, ils découvrent qu'il existe toujours un nombre plus grand que le précédent. Faites l'expérience en proposant à un enfant un jeu : « On va dire chacun un nombre, et celui qui dit le plus grand nombre a gagné », et en lui demandant s'il préfère jouer en premier ou en second. S'il choisit la seconde position, c'est qu'il a compris le concept d'infini !

Est-ce une caractéristique universelle ?
Nous avons étudié ce point dans le domaine de la géométrie, avec Véronique Izard, Elizabeth Spelke et Pierre Pica, chez les Indiens Mundurukus, isolés en Amazonie. Nous voulions déterminer si des « intuitions géométriques » peuvent émerger en l'absence de toute éducation explicite à la géométrie euclidienne. Nous avons donc posé à des adultes et des enfants (de 7 à 13 ans) des problèmes mathématiques qui portaient sur les propriétés abstraites des droites. Nous avons constaté que les Indiens Mundurukus ont la même intuition des droites que nous : elles peuvent être infinies, certaines sont parallèles et ne se croisent jamais, etc.

Où se situe cette capacité dans le cerveau ?
Nos études d'imagerie cérébrale ont montré, chez des mathématiciens de haut niveau, que lorsqu'il font appel à des concepts abstraits tels que celui d'infini dans leur réflexion mathématique, un réseau bien précis et reproductible s'active dans leur cerveau. Ce réseau comprend le cortex préfrontal dorsal bilatéral, lié à la planification, la réflexion et la prise de conscience, ainsi que le sillon intra-pariétal, impliqué dans le sens des nombres et de l'espace, et une région à la base du lobe temporal, moins bien connue mais qui semble intervenir dans la manipulation des symboles mathématiques. Ce sont les mêmes zones qui s'activent chez n'importe lequel d'entre nous lorsque nous faisons des calculs ou pensons à des nombres, des mesures, des quantités… Même s'il n'y a pas encore d'étude spécifiques des aires cérébrales qui sous-tendent l'intuition de l'infini chez l'enfant, il y a gros à parier que ces régions seraient elles aussi impliquées.

« Un réseau bien précis s'active dans le cerveau des mathématiciens de haut niveau lorsqu'ils font appel, dans leur réflexion, à des concepts abstraits »

Comment le cerveau parvient-il à se représenter l'infini ?
Je postule que c'est la faculté de langage, au sens large, qui permet au cerveau humain de se représenter des concepts potentiellement infinis. Notre cerveau abrite de multiples langages : langage parlé, musical, mathématique… Parce que ces langages sont combinatoires, ils permettent de former des concepts nouveaux, tels « pas rouge » ou « in-fini », en recombinant des concepts primaires tels que la négation. Comme le décrivait déjà, dans les années 1830, le linguiste allemand Wilhelm von Humboldt, le locuteur fait « *un usage infini de moyens finis* » : il engendre un nombre potentiellement infini de phrases à l'aide d'un nombre fini de mots et de règles syntaxiques *(lire aussi l'encadré p. 51)*.
Nous sommes probablement la seule espèce de primates à disposer de langages mentaux récursifs. Grâce à eux, notre cerveau sait construire une réflexion en forme d'arborisation aux multiples branches qui, à chaque embranchement, décide d'aller plutôt ici ou plutôt là. Il peut ainsi concevoir une pensée d'une extrême complexité, un imaginaire, une représentation de l'infini, voire générer de la pensée contradictoire (penser une chose et son contraire). Tous les humains disposent de cette compétence… même si tous ne vont pas aussi loin dans ce buisson des possibles.



ALDO SPERBER/HANSLUCAS

Quel est l'avantage évolutif de cette capacité ?
Elle a probablement permis à l'espèce humaine de franchir un seuil dans son aptitude à comprendre le monde et les autres. Grâce à la pensée combinatoire, on peut se dire : *« Je pense que tu penses que je pense… »* C'est la théorie de l'esprit, qui nous permet de collaborer avec autrui, d'enseigner, d'apprendre les uns des autres… et c'est grâce à notre « langage de la pensée » que nous parvenons à représenter le monde extérieur sous forme de formules mentales d'une façon bien plus précise, bien plus scientifique que n'importe quel autre primate. Je fais l'hypothèse que cette agilité nous permet de nous adapter au monde extérieur, de le comprendre et le représenter dans des domaines aussi différents que la biologie ou l'étude des galaxies… Faire de la science est sans doute la disposition la plus extraordinaire du cerveau humain.

La plasticité du cerveau serait-elle infinie ?
Certainement pas ! Il possède un nombre fini de neurones et de synapses, qui peuvent se reconfigurer – ce qu'on appelle la plasticité – essentiellement pendant la période du développement du cerveau, jusqu'à 25 ans environ… même si l'on est capable d'apprendre toute la vie. Cependant, le nombre de combinaisons de nos milliards de neurones et de connexions est, il est vrai, immense. Ce qui explique certainement la diversité culturelle de l'espèce humaine. Enfin, notre mémoire n'est pas illimitée. Chacun de nous connaît quelques dizaines de milliers de mots. Dans ce domaine, nous sommes déjà dépassés par l'intelligence artificielle.

PROPOS RECUEILLIS PAR ELENA SENDER

Bibliographie

Apprendre ! Les talents du cerveau, le défi des machines, 2018
Les Neurones de la lecture, 2007
La Bosse des maths, 2010
Le Code de la conscience, 2014
Tous publiés aux éditions Odile Jacob

L'effet Vache-qui-rit ou les phrases emboîtées

Sur toute boîte de Vache-qui-rit est dessinée une vache dont les boucles d'oreilles sont des boîtes de Vache-qui-rit. Les logiciens appellent « récursivité » cette façon de construire ou de définir une chose en faisant référence à elle-même. Et tout le monde connaît sa principale conséquence : une mise en abyme infinie ! C'est une source (par définition inépuisable) de blagues potaches chez les *geeks* : si vous tapez le mot anglais *recursion* dans Google, le moteur de recherche vous propose : « Essayez avec cette orthographe : *recursion* ». Mais l'infini potentiel contenu dans la récursivité s'est surtout révélé fantastiquement utile en mathématiques, en logique et en informatique, comme dans le cas des fractales : ces formes géométriques infiniment biscornues sont le plus souvent définies de cette façon – comme pour la Vache-qui-rit, le même motif se répète à l'identique quel que soit le zoom que l'on effectue dans l'image.

AURIMAGES

En calcul, la puissance des méthodes récursives est parfois spectaculaire. Jusqu'en 2009, par exemple, date à laquelle les capacités des ordinateurs ont permis d'attaquer le problème différemment, le moyen le plus rapide de calculer les décimales de π était un algorithme découvert au début du XIX^e^ siècle et fondé sur trois suites de nombres (a_n, b_n et t_n) définies récursivement, c'est-à-dire là encore en faisant référence à elles-mêmes.
Mais il y a plus troublant encore. Comme M. Jourdain faisait de la prose sans le savoir, les êtres humains pratiquent la récursivité sans même s'en rendre compte, par le simple fait de parler. Car il semble bien que celle-ci soit une caractéristique universelle des langages humains naturels ! Si l'on définit la notion de phrase comme une chaîne du type [phrase] = [sujet] + [verbe] + [complément], la récursivité se manifeste par le fait que le complément peut lui-même être une phrase : [phrase] = [sujet] + [verbe] + [complément = [phrase]]. Une telle grammaire (dite récursive), qui permet d'emboîter ainsi les phrases les unes dans les autres – comme dans *« Alice raconte que Bob a écrit que Carole pense que Denis est son ami »* – rend, en principe, le nombre de phrases possibles rigoureusement infini. Ce potentiel est probablement une des choses qui distinguent le plus radicalement le langage humain des autres formes de communication animales.

RENÉ CUILLIERIER

CAHIER JEUX

Énigmes et mots croisés

ÉNIGME N° 1

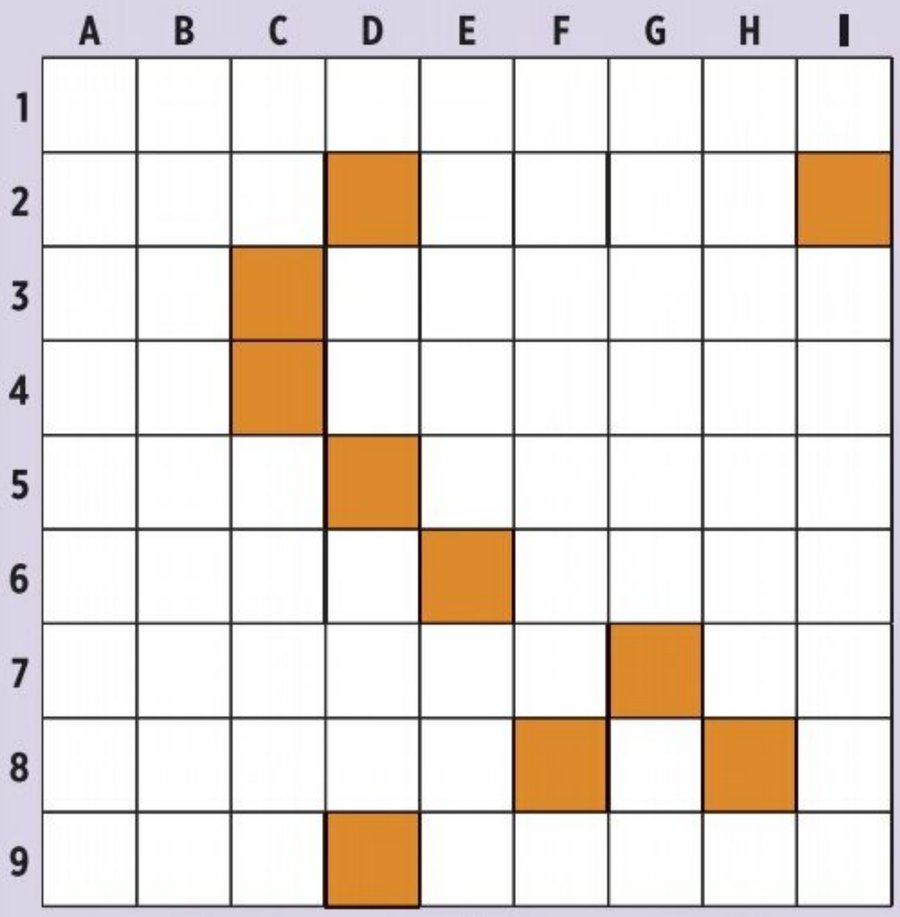
LA LAMPE QUI REND FOU

Couplée à une horloge, une lampe est programmée pour rester allumée durant 30 secondes, puis s'éteindre durant 15 secondes, pour se rallumer durant 7,5 secondes, avant de s'éteindre pour 3,75 secondes, etc. Sera-t-elle allumée ou éteinte lorsque l'horloge indiquera 60 secondes ?

ÉNIGME N° 2

BOÎTE À BALLES

Une infinité de balles sont numérotées. Durant les 30 premières secondes je mets les balles 1 à 10 dans une boîte et je retire la n° 1, puis durant les 15 secondes qui suivent, j'ajoute les balles 11 à 20 et je retire la n° 2, puis durant les 7,5 secondes suivantes, j'ajoute les balles 21 à 30 et je retire la n° 3… Combien y aura-t-il de balles dans la boîte lorsque l'horloge indiquera 60 secondes?



Mots croisés n° 1

Horizontalement

1 L'art du mouvement
2 Sans une fleur. Prénom de la chanteuse Daratista.
3 Début d'un interdit. Fils ou fille.
4 Futur passé. Suas.
5 Codon de guanine, adénine et cytosine. Mal senti.
6 Terminé. Mal asséché.
7 Fait tourner des ballons sur son nez. Suit suis.
8 Ypres en flamand.
9 Fin de liesse. Grimaces de boudeurs.

Verticalement

A Habitant de Cunèges.
B Fausses.
C Plus il y en a, moins il y en a. Couverture bétonnée.
D Un peu éperdu. Vieille bête.
E Barils. Image médicale.
F Comme la boucle honnie du programmeur.
G Quantités discontinues de la physique. Bougé.
H De l'avant-bras.
I Elles endorment leur monde.

ÉNIGME N° 3

PANIQUE À L'HÔTEL INFINI

Toutes les chambres en nombre infini de l'hôtel Infini sont occupées. Arrive un nouveau touriste. Le réceptionniste annonce qu'il est désolé, l'hôtel est complet. Le directeur se précipite alors pour dire qu'il y a une solution. Laquelle ?

ÉNIGME N° 4

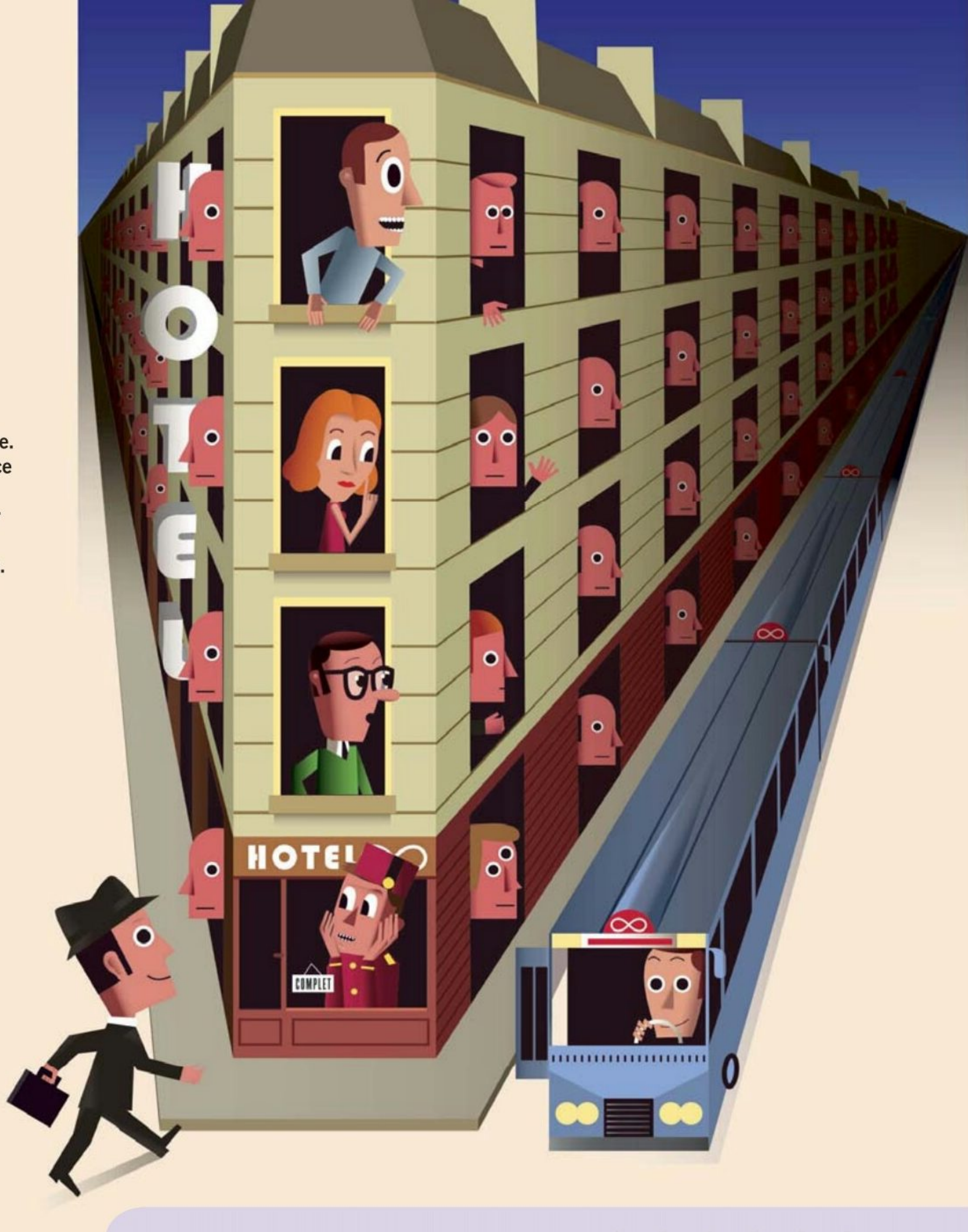
L'ASTUCIEUX DIRECTEUR

Alors que toutes les chambres sont occupées, un car dépose un nombre infini de touristes devant l'hôtel Infini. Le réceptionniste annonce qu'il n'a aucune chambre disponible, mais le directeur parvient tout de même à trouver une solution pour loger tout le monde. Laquelle ?

ÉNIGME N° 5

MON HÔTEL VA CRAQUER…

Cette fois, une infinité de cars, chacun avec une infinité de touristes, arrive devant l'hôtel Infini. Le directeur aura-t-il encore une solution pour que chacun ait une chambre ?



Mots croisés n° 2

Horizontalement

1 La lettre de l'infini.
2 Pas malade.
3 Ne sait rien de l'infini.
4 Résulte.
5 En chaleur. Dans l'erreur.
6 Serpent européen. Arrivé… pour l'infini ?

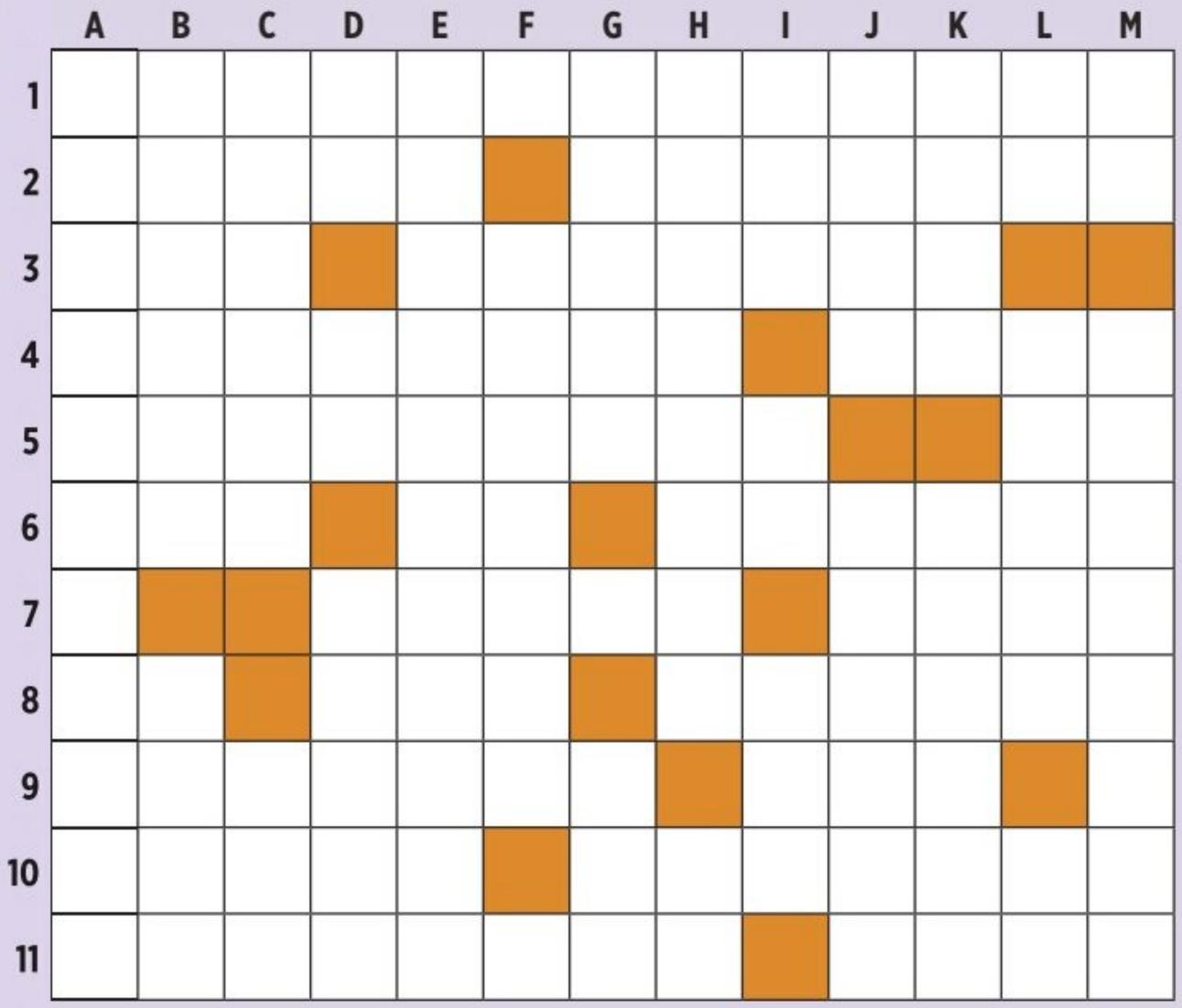
Verticalement

A Pour se faire la malle.
B Glace ou révolver.
C Le père de la Relativité sans fin.
D La proie des lions.
E Dans l'air.
F La question infinie de Shakespeare.

	A	B	C	D	E	F
1						■
2						■
3						
4						
5				■		
6				■		

Énigmes : Kamil Fadel – Mots croisés : Jacques-Olivier Baruch
Dessins : Rocco pour *Sciences et Avenir*

CAHIER JEUX



ÉNIGME N° 6

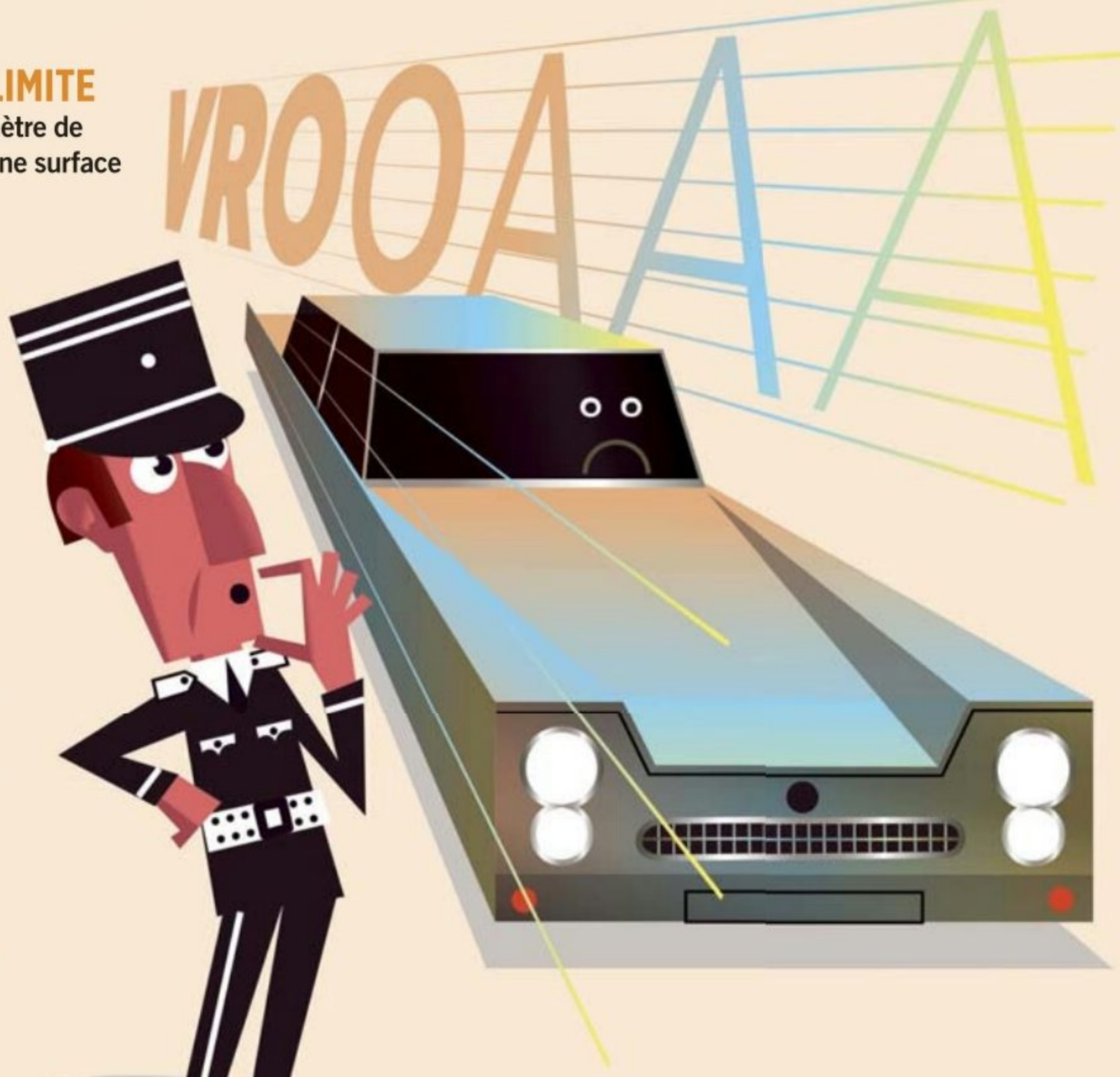
FRONTIÈRE SANS LIMITE

Est-il possible qu'un périmètre de longueur infinie enferme une surface dont l'aire est finie ?

ÉNIGME N° 7

L'EFFET DOPPLER SURVIT-IL À L'INFINI ?

Une voiture venant de la gauche, de moins l'infini si vous voulez, et parcourant une trajectoire rectiligne à vitesse constante passe quelques mètres devant moi et file vers la droite, vers l'infini. Le son que je perçois est de plus en plus aigu à mesure qu'elle s'approche de moi, puis devient de plus en plus grave à mesure qu'elle s'éloigne de moi. Vrai ou faux ?



Mots croisés n° 3

Horizontalement

1 Leibnitz et Newton ont créé ce calcul.
2 Roupillasse. Vendre des rubans aux conscrits (faire la).
3 Enleva. Minerai d'uranium.
4 Recyclés n'importe comment. Pays.
5 Minéral venant d'Espagne. Ils écoutent tout.
6 Amas. Saint de la Manche. Juste.
7 Rigolé. Quatrième planète.
8 Conjonction. Mesure de l'infini. Comme des soleils.
9 Déchet. Un peu intrépide.
10 Remue. Brève perte de connaissance.
11 Moitié d'année. Messagère des dieux.

Verticalement

A Adoreras.
B Écrira. Portée par la défense.
C Bruit soudain. Un des DUT.
D Préfixe négatif. Dans l'hygiaphone. Tant qu'on l'a.
E Étudie l'infini du cerveau.
F Relacer.
G Prénom de l'auteure d'*Immortel*. Enseignement supérieur et recherche.
H Avec lui, tout est généralement relatif. Demi-style des années 1960.
I Ce que la banque laisse sur votre compte après saisie. Ancien futur. Premier dans la liste.
J Odeur de mer. Dégrossi.
K Sans parole. Très bon dans l'ensemble.
L Initiales d'un gentleman ou prénom d'un truand. Corps céleste. Lettre et chiffres.
M Le long du bras. Nattées.

ÉNIGME N° 9

LA TROMPETTE DU PEINTRE

Une trompette infinie possède un pavillon évasé se prolongeant par un corps qui va en se rétrécissant à l'infini. Sa surface est infinie mais son volume est fini. Est-il possible de peindre sa face intérieure avec une quantité de peinture finie ?

ÉNIGME N° 8

NOMBRES DE NOMBRES

Il y a une infinité de nombres entiers positifs. Mais y en a-t-il plus, autant ou moins qu'il y a de nombres réels entre 0 et 1 ?

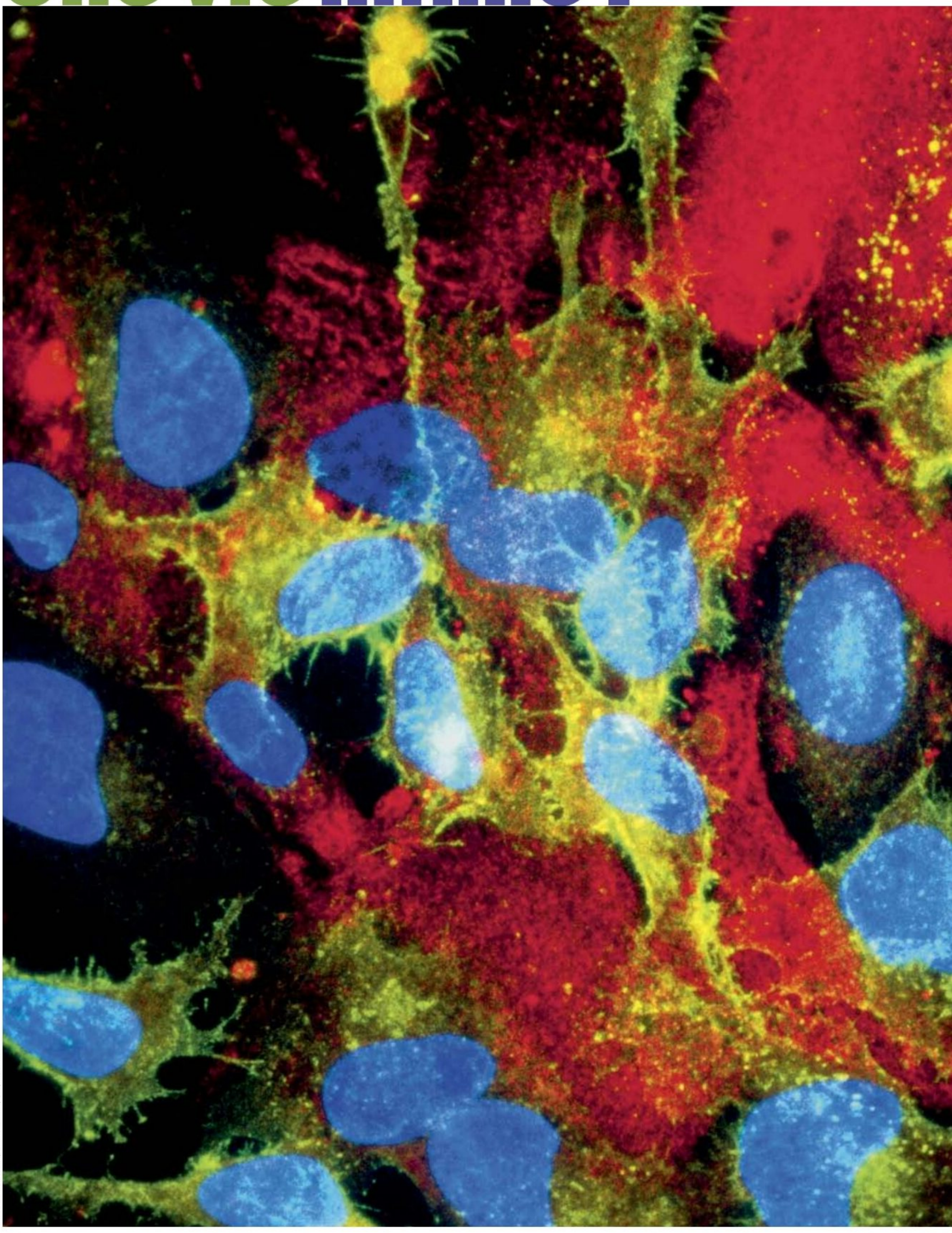
ÉNIGME N° 10

CIBLÉ, TOUCHÉ !

La probabilité qu'un bon joueur de fléchettes touche la cible vaut 1. Quelle est la probabilité qu'il en touche un point quelconque, par exemple l'exact centre mathématique ? 0 ? Supérieure à 0 ?

Solutions page 82

Une vie infinie ?

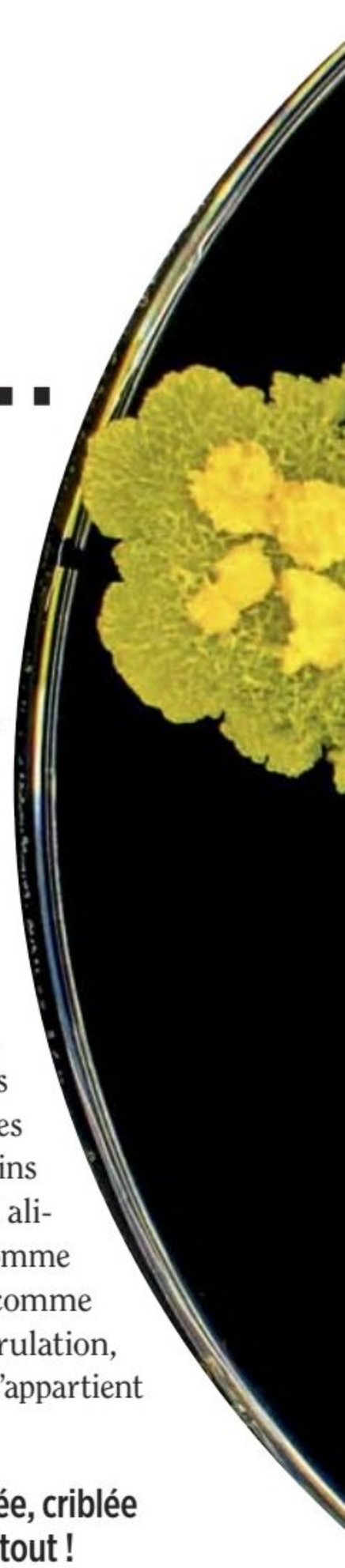


NANCY KEDERSHA/IMMUNOGEN/SPL/PHANIE

Méduses plus jeunes de jour en jour, blobs encore fringants après avoir été brûlés, noyés, dépecés... Certaines créatures expérimentent déjà la vie (presque) éternelle ! Des hommes et des femmes, eux aussi, rêvent de s'affranchir de la finitude corporelle. Mais l'humain ne se leurre-t-il pas en n'envisageant l'immortalité que dans sa dimension biologique ?

Cellules HeLa grossies 250 fois, vues par micrographie optique en immunofluorescence. En bleu, les noyaux.

Ces créatures immortelles… ou presque



Ni animal, ni végétal, ni même champignon, le blob est un organisme exceptionnel, capable de se régénérer à l'infini… Et il n'est pas le seul.

ULRICH LEBEUF / MYOP

La chercheuse Audrey Dussutour travaillait sur les fourmis avant de se consacrer au blob. Dans son laboratoire, les spécimens les plus âgés de cette espèce ont soixante-dix ans.

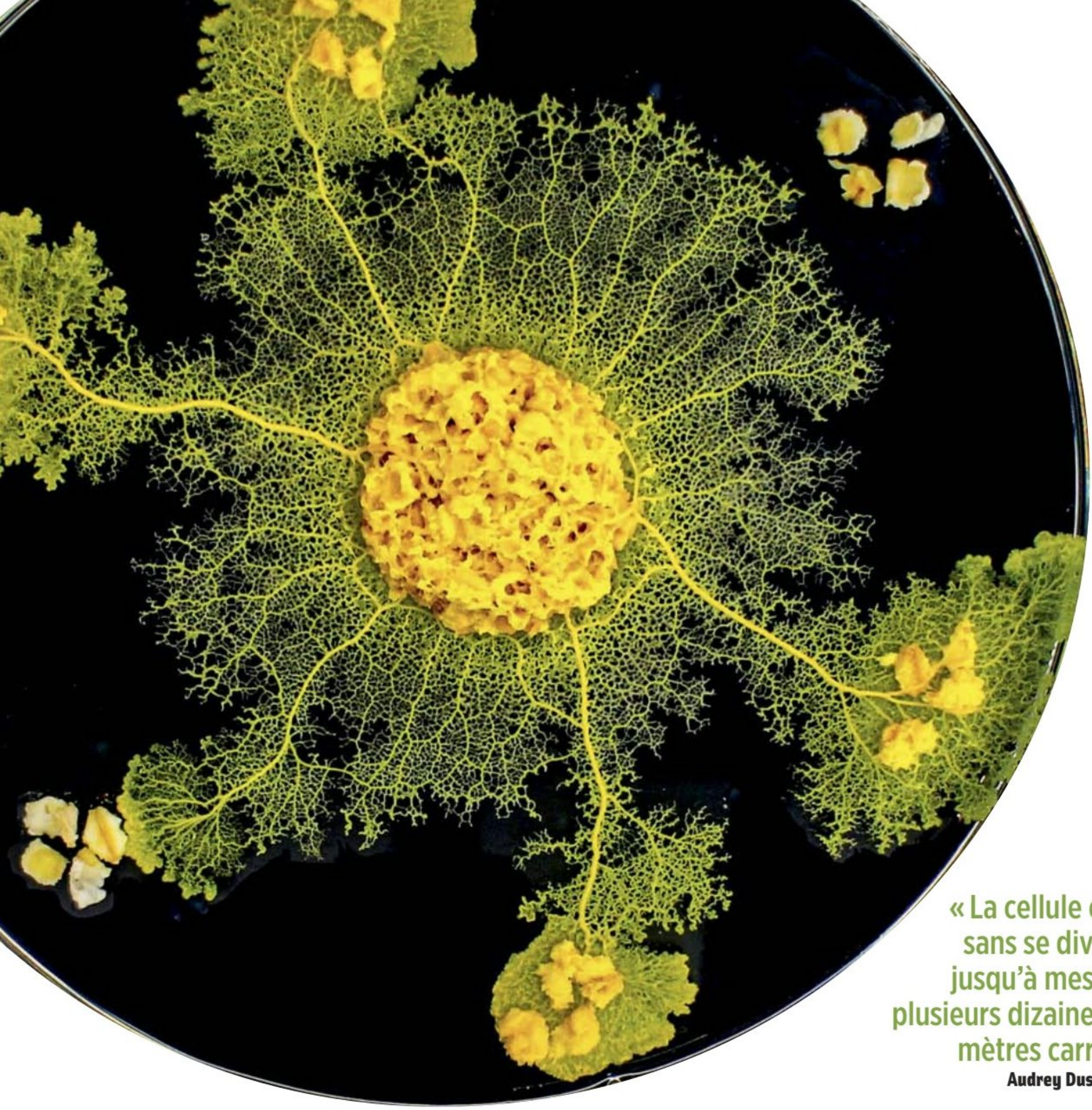
Une odeur de moisi, une allure informe, une texture jaune et visqueuse… À mi-chemin entre éponge sale et œufs brouillés grumeleux, le blob ne paie pas de mine. Mais plus on l'observe, plus cette insolite créature fascine. De son vrai nom *Physarum polycephalum*, elle déboussole les biologistes et les ébahit par une capacité de régénération telle qu'elle lui assure une vie à l'infini.

« Tout chez elle interpelle, elle ne fait rien comme les autres ! », résume Audrey Dussutour, éthologiste au CNRS à Toulouse. Spécialiste des fourmis, elle étudie *Physarum polycephalum* depuis dix ans. C'est elle d'ailleurs qui l'a affublé de ce surnom, « blob », en référence à un vieux film d'horreur dans lequel une gelée extraterrestre colonise la planète. Énigme rampante, le blob s'épanouit dans l'ombre, la chaleur et l'humidité – on le trouve dans les souches d'arbres ou les amas de feuilles mortes – mais ne supporte pas la lumière. Sans bouche, il absorbe champignons ou levures en les phagocytant, allant jusqu'à doubler de taille chaque jour si le « nourriture » est abondante. Sans pattes, ni ailes, ni nageoires, il se meut pourtant, par propulsions, grâce à un système vasculaire dont les contractions rappellent celles des fibres musculaires qui entourent nos intestins et permettent la progression du bol alimentaire. Le blob se déplace donc, comme un animal, produit des pigments, comme une plante, et se reproduit par sporulation, comme un champignon… mais il n'appartient à aucun de ces règnes.

Arrosée de pesticides, noyée, brûlée, criblée de balles… cette chimère résiste à tout !

« Depuis le décryptage de son génome en 2015, il a été rangé dans le règne des amibozoaires, organismes unicellulaires dotés de pseudopodes », précise Audrey Dussutour. Il serait apparu sur Terre il y a au moins 500 millions d'années, donc avant les animaux et l'émergence de la pluricellularité. *« Sa vie débute par la fusion de deux spores de sexe opposé. Et comme il existe plus de 720 sexes différents chez le blob, la tâche est plutôt facile ! La cellule ainsi constituée croît, mais sans se diviser. Seul son noyau se divise en deux noyaux, qui se divisent à leur tour et ainsi de suite. Toutes les huit heures, de manière synchrone, les noyaux se divisent : c'est ainsi que la cellule grossit, jusqu'à pouvoir atteindre des tailles records de l'ordre de dizaines de mètres carrés ! »*

Le blob est doté d'une résistance « surhumaine » : on peut l'arroser de pesticides, la noyer, la brûler ou la cribler de balles, cette chimère survit à tout ! *« Même découpé en morceaux, il ne meurt pas,* poursuit la chercheuse. *Il saigne – un liquide intracellulaire jaune vif coule de son système veineux – mais coagule aussitôt, et la membrane se referme. »* Cette capacité à cicatriser instantanément, qui rend



AUDREY DUSSUTOUR / CRCA / CNRS PHOTOTHÈQUE

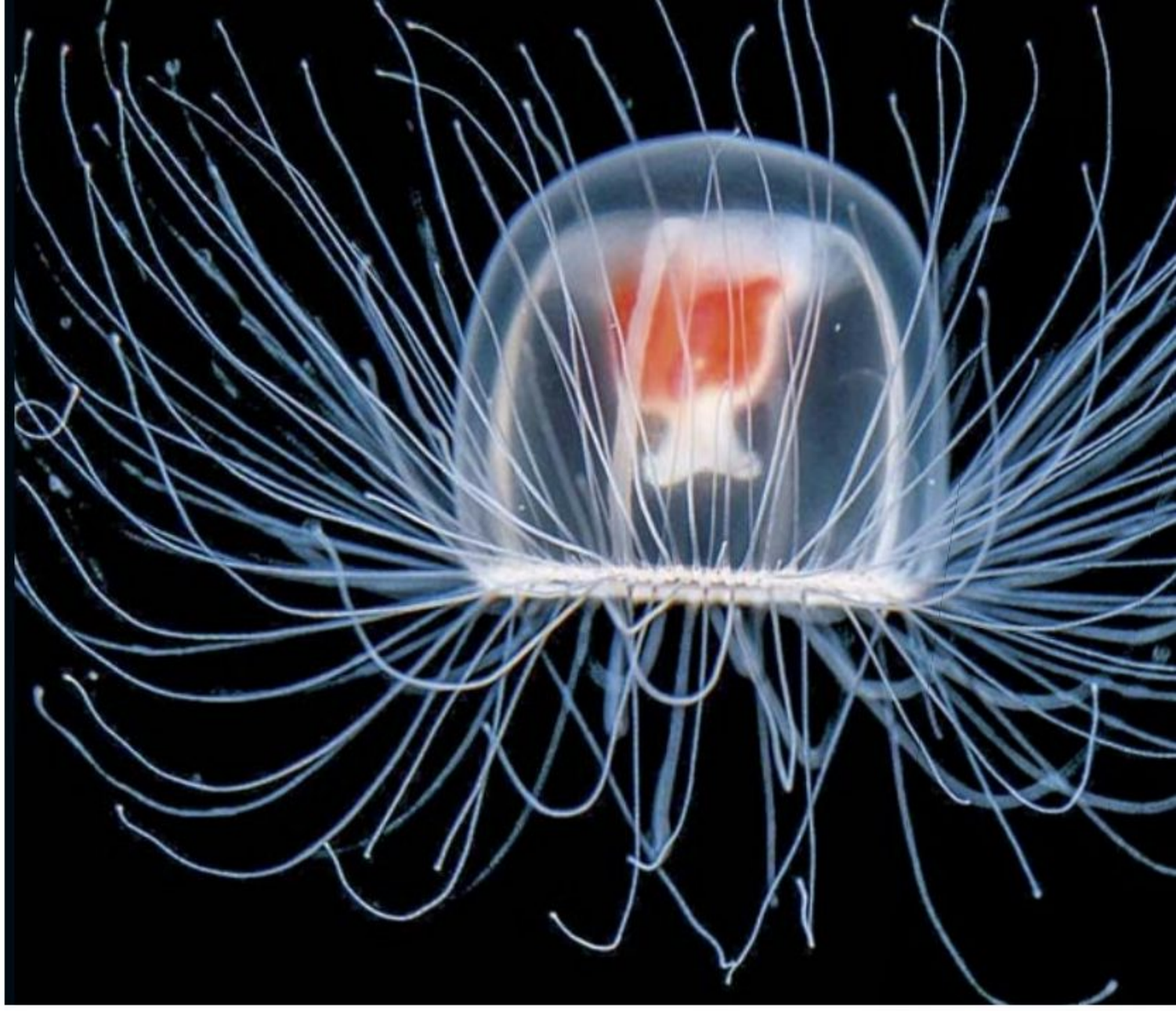
« La cellule croît sans se diviser, jusqu'à mesurer plusieurs dizaines de mètres carrés »
Audrey Dussutour

le blob indestructible, lui permet aussi de se cloner à l'infini, chaque fragment évoluant comme un individu autonome. À l'inverse, des blobs génétiquement identiques placés dans un même environnement se perçoivent et fusionnent pour ne plus former qu'un unique organisme, irrigué par une grosse « veine ». *« Mais biologiquement, le plus fascinant, chez le blob, c'est sa capacité de régénération*, ajoute la chercheuse. *Quand il se trouve dans un environnement défavorable – trop sec, trop lumineux, trop sucré –, il se dessèche, prend une teinte plus sombre, mange moins, rétrécit. »* Il entre alors en dormance : il se lyophilise et peut se maintenir ainsi plusieurs années. Mais il suffit de l'humidifier et de lui donner à manger pour le réveiller. Et là, c'est une renaissance : *« Il retrouve sa couleur jaune poussin, sa vigueur, son "appétit", se déplace bien. »* Durant la dormance, le blob semble effectuer un grand nettoyage car, à chaque réveil, il est parfaitement régénéré. Juvénile de nouveau. Comment ? *« Sa capacité à annuler tous les effets du vieillissement cellulaire reste un mystère »,* observe Audrey Dussutour, qui travaille sur une souche âgée de plus de 70 ans.

Le blob serait donc immortel ? La scientifique tique sur le mot. *« En laboratoire, oui. Nous le rendons immortel en le nourrissant abondamment, en le protégeant de la lumière et en lui imposant une alternance de phases de dormance et de réveil, ce qui l'empêche de sporuler pour se reproduire et le maintient toujours juvénile. Mais dans la nature, l'immortalité biologique n'existe pas ! Le blob peut être englouti par une limace, terrassé par des pathogènes, ou même succomber à une overdose de lumière. »* ●●●

Être unicellulaire, le blob possède cependant des milliers de noyaux. En perpétuelle métamorphose, il peut doubler de surface en un jour, se fragmenter en situation hostile ou fusionner son réseau veineux avec celui d'un autre, ce qui leur permet d'échanger des informations.

●●● Pas strictement immortel, donc, le blob dispose plutôt d'une capacité à remonter son horloge biologique, à se réinitialiser. Et il n'est pas le seul. Chez les pluricellulaires, certaines espèces – animales ou végétales – font preuve d'une fabuleuse faculté à repousser les limites du temps et de la vie. Autant de sujets d'étude pour cette discipline en plein essor qu'est la biologie du vieillissement. *« L'approche comparée des espèces modèles extrêmes, qui présentent une durée de vie exceptionnelle, est particulièrement intéressante, car elle révèle le caractère très hétérogène du processus de vieillissement »,* confirme Éric Gilson, directeur de l'Institut de recherche sur le cancer et le vieillissement (Ircan, unité mixte Inserm-CNRS-université Côte d'Azur) qu'il a fondé à Nice. Parmi ces organismes « bio-inspirants », le biologiste évoque notamment le rat-taupe nu (*Heterocephalus glaber*). Une longévité étonnante – 25 ans en moyenne, avec un record de 32 ans, soit près de dix fois plus qu'une souris de taille similaire – et une résistance innée aux maladies liées à l'âge. Dans les régions arides d'Éthiopie, le rat-taupe nu vit dans des galeries souterraines.



Le séquoia géant (*Sequoiadendron giganteum*) de Californie n'est qu'un « petit jeune » par rapport à Pando, une forêt de faux-trembles : 3 200 ans pour le premier, 80 000 ans pour la seconde !

Le peuplier, son clone et le clone de son clone

À l'échelle humaine, la longévité des arbres est déconcertante. 3 200 ans pour un séquoia géant (*Sequoiadendron giganteum)* de Californie, 5 000 ans pour un pin Bristlecone (*Pinus longaeva*) dans le New Hampshire (États-Unis), 7 000 pour un cèdre *Cryptomeria japonica* sur l'île japonaise de Yakushima, 9 550 pour un épicéa commun en Suède… Certaines essences sont même potentiellement immortelles, car à partir d'un arbre initial, des clones se forment par multiplication végétative au niveau du sol. Dans une telle colonie, les individus utilisent tous le même réseau de racines. En Tasmanie, un houx royal (*Lomatia tasmanica*) perdure ainsi depuis 43 000 ans ! Chaque pied est né d'une seule et même graine qui a germé… au pléistocène ! Mais c'est dans l'Utah que se trouve le plus vieil organisme végétal identifié : une forêt de peupliers faux-trembles (*Populus tremuloides*) baptisée Pando (du latin « je m'étends »). Soit une colonie clonale de 47 000 ramifications génétiquement identiques, étalée sur 43 hectares et se perpétuant depuis… 80 000 ans ! Ces colonies ne sont pas soumises à un programme de sénescence. Elles pourraient donc vivre indéfiniment si elles n'étaient pas victimes d'agressions diverses.

STOCKTREK IMAGES / NATIONAL GEOGRAPHIC IMAGE COLLECTION

Quasi aveugle, muni d'incisives surdéveloppées, doté d'une peau rose translucide toute fripée, il conserve au fil des ans le même aspect physique, la même robustesse, ne présente jamais de cancer ni d'usure du système cardiovasculaire ou des fonctions cérébrales. Selon une étude publiée dans la revue *Nature* en 2019, sa résistance au cancer serait due à la sécrétion d'une substance inhibant les cellules précancéreuses : une forme particulière d'acide hyaluronique.

Capable de reconstituer un individu complet à partir de n'importe quel fragment de son corps

Plus forte que le blob, une petite méduse a, quant à elle, trouvé la fontaine de jouvence. Originaire des Caraïbes, *Turritopsis nutricula* mesure à peine 5 millimètres de diamètre. Elle commence sa vie sous la forme d'un polype accroché aux fonds marins, puis devient méduse et nage dans les océans. Mais après sa maturation sexuelle et l'accouplement, elle retourne au stade primitif de polype. Comme le héros du film *L'Étrange Histoire de Benjamin Button* qui rajeunit toute sa vie ! Ce prodige s'opère grâce à un mécanisme cellulaire, la transdifférenciation : les cellules défaillantes sont reconfigurées en cellules neuves. La méduse use aussi de cette aptitude à se métamorphoser lorsqu'elle se trouve en situation défavorable (stress, manque de nourriture), ce qui lui permet d'échapper à la mort. Et comme elle peut renouveler ce miracle *ad vitam æternam*, elle est potentiellement immortelle. Mais tout comme le blob, *Turritopsis nutricula* reste à la merci d'un prédateur ou d'un pathogène.

Enfin, moins spectaculaire que sa parente mythologique à neuf têtes, l'hydre d'eau douce (*Clorohydra viridissima*) est pourtant elle aussi un phénomène

TAKASHI MURAI – JOEL SARTORE/GETTY IMAGES – PHOTO 12/ALAMY

Autres stars de la longevité, la méduse *Turritopsis nutricula* (à gauche), qui passe sa vie à rajeunir ; le rat-taupe nu (à droite), exempt de pathologies liées à l'âge ; et l'hydre d'eau douce, qui peut se régénérer à partir d'un fragment de corps.

stupéfiant. Ce minuscule cnidaire qui vit dans les lacs ou les étangs est capable, à tout âge, de reconstituer un individu complet à partir de n'importe quel fragment de son corps. *« Ce phénomène est étudié chez nombre d'organismes qui présentent des capacités exceptionnelles pour régénérer leurs tissus et organes, de l'hydre à l'anémone de mer ou à la salamandre »*, rapporte Éric Gilson. Contrairement au blob, l'hydre a livré aux biologistes une bonne partie de ses secrets : notamment un stock inépuisable de cellules souches, capables de se multiplier à l'infini et de se différencier en cellules spécialisées. Chez l'homme, le réservoir naturel de cellules souches diminue considérablement avec l'âge ; chez l'hydre, elles se reproduisent à jet continu ! En moins de deux mois, l'animal est entièrement neuf. L'hydre ne saurait vieillir. *« L'étude de sa régénération complète devrait nous aider à comprendre comment mobiliser un pool de cellules souches pour garder la mémoire d'un programme de développement qui pourrait à tout moment se redéployer »*, espère Éric Gilson. Le biologiste précise que l'hydre a atteint l'immortalité *« au sens de la définition des démographes, c'est-à-dire une égalité de probabilité de mourir quel que soit l'âge »*.

On observe chez d'autres espèces *« un phénomène aussi étonnant que l'immortalité*, indique le chercheur *: la sénescence négative ou négligeable »*.

SIPA

«L'approche comparée de ces espèces révèle le caractère très hétérogène du processus de vieillissement »

Éric Gilson, Institut de recherche sur le cancer et le vieillissement, Nice

Ralentir notre horloge biologique ?

Les symptômes sont limpides : rides, cheveux blancs, bajoues et muscles en guimauve… Mais, tapi dans notre intimité cellulaire, le processus interne qui nous fait vieillir reste énigmatique. Les théories foisonnent pourtant. *« Plus de questions que de réponses ! »*, assure Éric Gilson. Ce spécialiste de la biologie du vieillissement discerne toutefois une *« idée unificatrice »* : *« Les mécanismes du vieillissement sont des stratégies d'adaptation à des conditions environnementales, de vie et de travail, et des réponses à des stress divers. »*

Le vieillissement biologique résulte d'une accumulation de dommages cellulaires au fil du temps et d'un déséquilibre entre élimination et renouvellement des vieilles cellules par les cellules souches. Parmi les facteurs bien identifiés : le stress oxydatif, qui résulte d'un dérèglement de nos systèmes de défense antioxydants, générant une production excessive de radicaux libres qui agressent les cellules. Mais c'est au niveau des télomères, ces capuchons qui protègent les extrémités de nos chromosomes, que se produit un phénomène essentiel. À chaque fois qu'une cellule recopie son ADN avant de se diviser, elle perd un petit bout de télomère, tant et si bien que ces protections finissent par s'user. La cellule arrête alors de se diviser et entre en sénescence. *« L'être humain est programmé pour perdre ces télomères dès la fin de l'embryogenèse*, observe Éric Gilson. *L'érosion des télomères est la seule horloge biologique programmée pour agir ainsi directement sur le vieillissement des cellules. »*

Dans un organisme jeune, les cellules sénescentes sont bénéfiques car elles favorisent la cicatrisation et sont éliminées assez vite par le système immunitaire. Mais avec l'âge, ce dernier perd de son efficacité et ces cellules s'accumulent. C'est alors leur face obscure qui s'exprime : *« Elles sécrètent des molécules pro-inflammatoires qui provoquent l'altération des tissus, des organes, suscitent des maladies chroniques… »* En 2016, une étude publiée dans *Nature* a montré que des souris débarrassées de ces cellules vivaient plus longtemps et en bien meilleure santé. Depuis, les Big Pharma traquent les molécules qui pourraient les éliminer chez l'homme, comme la metformine ou le resvératrol avec lesquels des essais cliniques sont en cours. À Nice, l'équipe d'Éric Gilson privilégie une autre piste qui consiste à doper les cellules immunitaires, afin qu'elles assurent plus efficacement et plus longtemps le « balayage » des cellules sénescentes.

Autrement dit, leur probabilité de mourir diminue avec l'âge. C'est le cas de certains poissons et reptiles, comme la tortue des Galápagos qui peut vivre plus de 150 ans. Ce phénomène pourrait s'expliquer par une croissance lente ou un métabolisme ralenti, permettant une adaptation à des environnements hostiles.

Même si toutes ces espèces extrêmes ouvrent de nouveaux horizons en biomédecine, Éric Gilson alerte contre les impostures des transhumanistes qui promettent l'abolition de la vieillesse et de la finitude humaine. *« Les avancées socio-économiques et médicales ont permis d'allonger la durée de vie moyenne. Le taux de mortalité par année a fortement diminué depuis le milieu du XIXe siècle. Mais il est demeuré constant au-delà de 100 ans, et l'espérance de vie maximale plafonne autour de 120 ans. »* Un constat qui, selon lui, suggère l'existence d'une barrière biologique intrinsèque limitant la vie humaine. Est-ce une si mauvaise nouvelle ? ■

ÉLIANE PATRIARCA

Audrey Dussutour, *Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur le blob sans jamais oser le demander*, Éditions des Équateurs, 2017

Cultivées *in vitro* en 1951, les cellules d'une jeune Américaine décédée d'un cancer se sont multipliées de façon spectaculaire. Encore aujourd'hui, la recherche médicale les produit par milliards pour étudier virus ou vaccins.

Henrietta Lacks, star des labos malgré elle

Rien ne destinait Henrietta Lacks à devenir l'un des personnages les plus importants de la recherche médicale. Et même… immortelle. Issue d'une famille de dix enfants, quasi analphabète, cette Afro-Américaine fut emportée en 1951 par un cancer foudroyant à l'âge de 31 ans. À son insu, elle allait pourtant permettre de mettre au point des vaccins, de comprendre le fonctionnement des virus, de décrire une multitude de mécanismes moléculaires… Comment ? Grâce à ses cellules, capables de se diviser à l'infini, qui encore aujourd'hui se multiplient dans les laboratoires du monde entier.

L'histoire commence aux États-Unis, dans un hameau perdu de l'État de Virginie. Une forme particulièrement virulente de papillomavirus, HPV-18, infecte les cellules du col utérin de la jeune femme. Chromosomes surnuméraires, centaines de gènes anormalement surexprimés… Ce grand chaos génétique a deux conséquences cruciales : la multiplication effrénée des cellules infectées et la production intensive d'une enzyme bien particulière, la télomérase. En temps normal, une cellule ne peut se dupliquer qu'un nombre limité de fois, chaque division raccourcissant un peu plus les extrémités de ses chromosomes, appelées télomères. Dans les cellules infectées d'Henrietta Lacks, la télomérase répare continuellement les télomères détruits, permettant aux cellules de se multiplier littéralement à l'infini.

RUE DES ARCHIVES / RDA / BRIDGEMAN IMAGES

Henrietta Lacks. Les cellules de la jeune femme ont été prélevées, sans son consentement, avant son décès en 1951.

En février 1951, Henrietta est conduite à l'hôpital Johns-Hopkins, à Baltimore – le seul de la région à accueillir alors des patients noirs. Avant de traiter la tumeur au radium, le chirurgien en prélève sans rien dire un échantillon. Car dans le même hôpital officie George Gey, spécialiste des cultures de cellules malignes. Il cherche depuis des années à développer une lignée cellulaire humaine immortelle – des cellules qui, mises en culture, seraient capables de se diviser indéfiniment – qui fournirait un parfait outil de travail aux chercheurs du monde entier. L'assistante de Gey place l'échantillon d'Henrietta Lacks dans un milieu de culture et note sur le tube les premières lettres du nom de la patiente : HeLa.

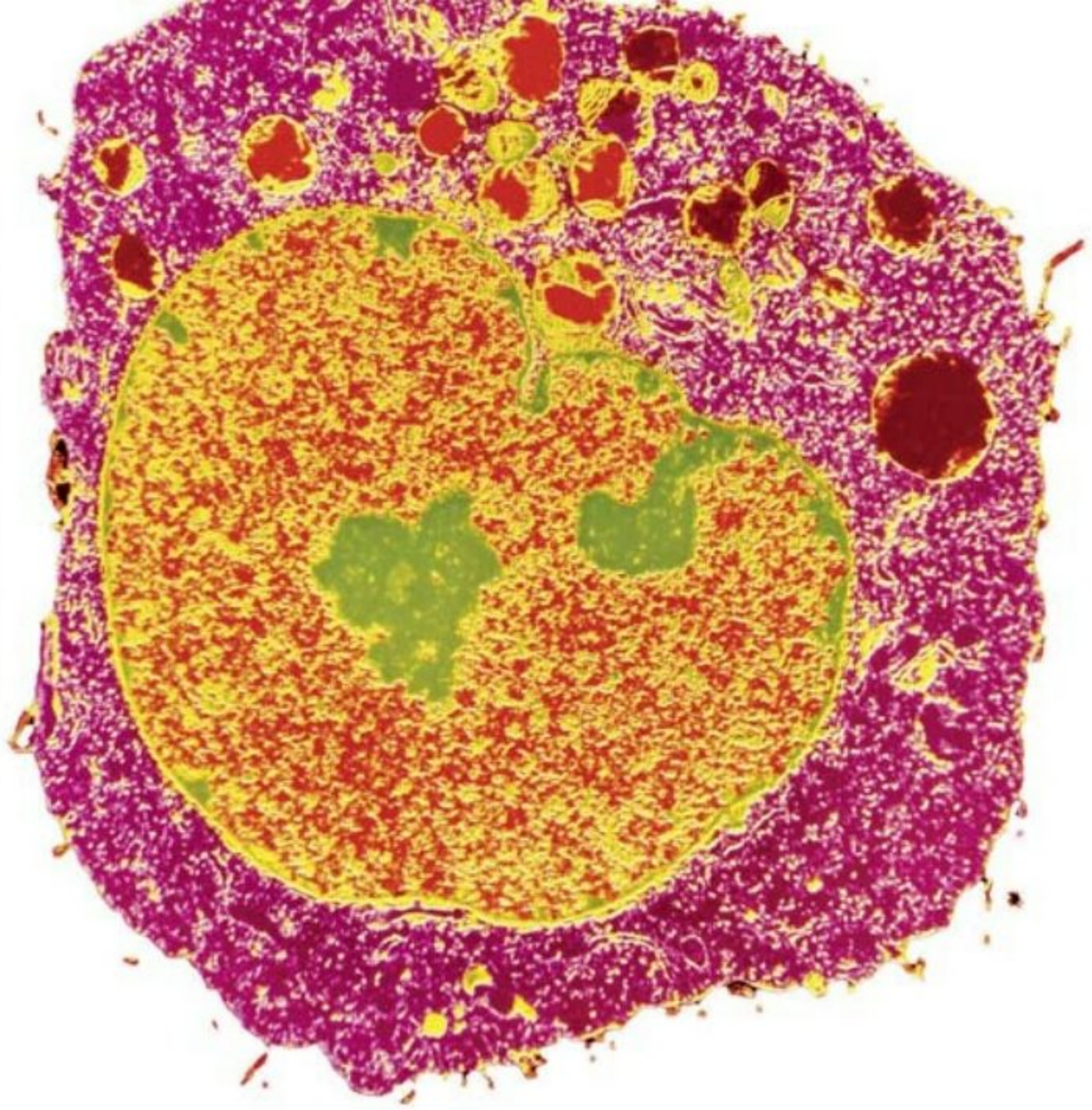
Tester toutes sortes de toxines et d'agents infectieux

Contrairement aux autres cellules tumorales cultivées par George Gey, qui mouraient toutes en quelques jours, les cellules HeLa continuent à se multiplier *in vitro* de façon spectaculaire, doublant toutes les 24 heures. Le spécialiste saisit rapidement l'ampleur de sa découverte. Au fur et à mesure que les cellules HeLa se développent, il en expédie à tous les biologistes et médecins intéressés pour leurs recherches, aux États-Unis, mais aussi en Europe et jusqu'en Asie. Un an plus tard, lorsque Gey démontre que les cellules HeLa sont sensibles au virus de la poliomyélite et peuvent donc aider à élaborer un vaccin, une première usine de production voit le jour… d'où sortiront quelque six mille milliards de cellules chaque semaine.

« L'arrivée de ces cellules a bouleversé le monde de la recherche, estime le biologiste moléculaire Jean-Marc Egly, directeur de recherche Inserm. *Elles sont plutôt homogènes, elles poussent extrêmement bien et on peut facilement les manipuler. »* En quelques mois, dans les laboratoires du monde entier, HeLa devient l'outil de référence. Le stock inépuisable de ces cellules permet aux chercheurs d'y tester toutes sortes de toxines et d'agents infectieux, y compris une armada de virus aux modes

Rebecca Skloot, *La Vie immortelle d'Henrietta Lacks*, Calmann-Lévy, 2011

JAMES KING-HOLMES / SPL / COSMOS - DR GOPAL URTI \ SPL \ PHANIE



Un biologiste manipule des cellules HeLa.

Cellules HeLa grossies 2200 fois. En orange, le noyau contenant le matériel génétique (en vert). Par un hasard rare, les cellules HeLa sont capables de se diviser indéfiniment.

opératoires jusqu'alors méconnus (oreillons, variole, herpès…). Car elles partagent un grand nombre de points communs avec des cellules humaines non immortelles : structure cellulaire, mécanismes liés à l'ADN et à la production de protéines, sensibilité aux toxines, etc. Elles permettent donc également aux chercheurs de décrypter au fil des années le fonctionnement des hormones, les anomalies chromosomiques ou encore les mécanismes d'expression des gènes. En 1960, des cellules HeLa sont même envoyées dans l'espace afin d'étudier l'impact de l'apesanteur et des rayonnements sur les structures cellulaires !

Mais l'omniprésence des cellules HeLa et leur fantastique capacité à se multiplier ne vont pas sans poser quelques problèmes. En 1966, alors que d'autres lignées sont mises au point, le généticien Stanley Gartler révèle que la plupart d'entre elles, utilisées dans de nombreux laboratoires, ne sont autres que… des cellules HeLa. Ces dernières, utilisées dans les mêmes locaux, ont en effet atterri sur le milieu de culture d'autres cellules par le biais du système de ventilation ou d'une pipette mal nettoyée. Se multipliant bien plus vite, les cellules HeLa ont alors colonisé silencieusement ces milieux de culture. En 2017, une étude parue dans la revue scientifique *PlosOne* recensera 32 755 publications basées sur des cultures cellulaires contaminées. Si toutes ne sont pas forcément le fait de cellules HeLa, le titre de l'article laissera peu de doutes sur le principal responsable : « Les fantômes d'HeLa ».

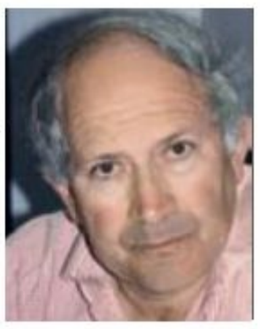
Citées chaque année dans plus de 4000 nouvelles publications

Mais à la fin des années 1960, une autre question agite la communauté scientifique : qui se cache derrière les initiales de cette lignée immortelle ? La prestigieuse revue scientifique *Nature* publie en 1973 un appel pour *« permettre à He… La… de connaître cette renommée qu'elle mérite tellement »*. Et d'ajouter : *« Cette femme a véritablement atteint l'immortalité, à la fois dans les tubes à essai et dans le cœur des scientifiques du monde entier. »* Les réponses permettront enfin d'associer définitivement le nom d'Henrietta Lacks aux cellules HeLa…

Depuis, des milliers d'autres lignées ont vu le jour, elles aussi issues de tumeurs humaines ou rendues artificiellement immortelles, par exemple en les infectant avec un virus ou en manipulant leur matériel génétique. Pourtant, aucune n'a réussi à détrôner les cellules HeLa dans les laboratoires. *« Elles sont devenues un outil universel, avec des caractéristiques cellulaires et génétiques bien décrites nous permettant de comparer nos résultats dans un langage commun*, résume Jean-Marc Egly. *Rares sont aujourd'hui les laboratoires de biologie moléculaire à ne pas travailler sur des HeLa. »* À lui seul, l'Institut de génétique et de biologie moléculaire et cellulaire (IGBMC), à Strasbourg, dans lequel travaille le chercheur, en produit jusqu'à 500 milliards par an. Et elles sont citées chaque année dans plus de 4 000 nouvelles publications scientifiques.

Enterrée sans sépulture devant la bâtisse familiale délabrée, ancienne maison d'esclaves, Henrietta Lacks aurait eu cent ans cette année, le 1er août. Ses cellules, quant à elles, continueront sans doute à se multiplier à l'infini.

YANN CHAVANCE



DEPARDIEU MICHEL/INSERM

« Ces cellules sont devenues un outil universel, aux caractéristiques bien décrites, qui nous permet de comparer nos résultats dans un langage commun »

Jean-Marc Egly, directeur de recherche Inserm

interview

JEAN-MICHEL BESNIER
Professeur émérite de philosophie à Sorbonne Université

« Nous avons besoin de l'infini pour nous donner un sens »

Nous pouvons, d'une certaine façon, être éternels, affirme le philosophe. Non à la manière des transhumanistes, qui confondent immortalité et corps augmenté, mais en intériorisant l'absolu.

Le débat philosophique autour de l'infini, vif depuis l'Antiquité, semble atteindre un achèvement avec Hegel. De quelle façon ?
Le projet de Hegel (1770-1831) a été de passer en revue toutes les philosophies pour n'en garder que ce qui pourrait servir à nous réconcilier avec le monde, avec les autres. Il héritait d'une conception qui disqualifiait à ses yeux l'infini, en l'apparentant à l'indéfini – *l'apeiron* des Grecs –, à l'absence de limites, à une sorte d'instabilité. Ce « mauvais infini », Hegel l'a – selon lui – dépassé : il prétend que l'illusion de la finitude dans laquelle nous nous débattons, celle dont la conscience est victime lorsqu'elle découvre le monde et sa limite, peut être abolie : il suffit de se placer du point de vue du « bon infini ».

Qu'entend-il par là ?
Cette conception positive, que la tradition métaphysique a très tôt symbolisée par le cercle, c'est le retour sur soi, qui nous extirpe de la fuite en avant permanente et inexorable menant à la mort. Nous vivons comme des êtres mortels finis, avec une perspective et un horizon absolument indéterminés, où chaque moment est la négation de l'autre. Mais si nous considérons l'infini sous le bon angle, nous sommes d'une certaine façon éternels. Nous participons à un processus qui nous dépasse et nous intègre à la fois. L'infini, c'est avoir été confronté à autre chose que soi, qui nous limitait, et avoir découvert que dans cet autre, ce dont il est fondamentalement question, c'est de soi-même. À ce stade, il n'y a plus de limitation, d'extériorité, on est dans un processus continué d'intériorisation. L'infini, alors, c'est être chez soi.

Aurions-nous besoin de l'infini pour vivre pleinement ?
Nous avons besoin de l'infini pour nous donner un sens. L'indéfini, la finitude, confinent toujours à l'absurde. Nous trouvons absurde le fait que notre existence doive trouver un terme. Toutes les perspectives religieuses ou de sagesse sont en quête de cette conception bonne de l'infini qui nous explique qu'en réalité, nous sommes inscrits dans un cercle qui nous révèle à nous-mêmes éternels et nous donne un sens. Cet infini peut s'appeler Dieu. Son caractère infini vient d'abord de ce qu'il échappe à toute représentation, qu'il en excède les contours, tandis que nous, humains, sommes voués aux images. Kant affirmait exactement ceci : j'ai limité la connaissance pour laisser sa place à la foi, j'ai défini rigoureusement ce qu'étaient les conditions de la connaissance scientifique et j'ai ouvert par là même un domaine où peuvent se propulser la foi en des absolus, et la foi en Dieu notamment.

> « Les Grecs considéraient que l'humain a le privilège d'être mortel. Au moment de mourir, il est autre chose que ce qu'il était en naissant »

Nous nous arrachons aux limites de la connaissance lorsque nous abordons Dieu. Donc, nous délier de notre finitude revient à nous hisser à un point de vue qui est celui dans lequel une pensée de Dieu et une perspective positive sur le monde lui-même sont possibles. On trouve forcément quelque chose de mystique dans la conception de l'infini… Chez Pascal, par exemple, ou d'autres penseurs religieux, on accède à l'infini par une espèce d'extase. Qu'est-ce que l'extase ? Ce qui nous arrache à nous-mêmes et à nos limitations. Dans l'extase, je suis dans le fusionnel, dans le cercle.

Cela signifie que l'homme est capable de concevoir la vie comme infinie ?
Oui, concevoir notre infinitude est même au principe de la culture occidentale, et il faut remonter aux Grecs pour le comprendre. Les Grecs considéraient que, à la différence des dieux – qui sont immortels – et des animaux – qui, n'ayant pas conscience de la mort, se vivent comme immortels –, l'humain a le privilège d'être mortel. Un privilège qui exprime sa vocation à évoluer. Au moment de mourir, il est en effet autre chose que ce qu'il était en naissant, parce qu'il a construit une histoire, dont il redoute naturellement le terme. Mais cette mort, il peut la transfigurer car il possède la vertu de se convertir, d'échapper à sa finitude et à sa simple corporéité en se tournant, par l'esprit, vers l'absolu. Cette aptitude définit sa destination spirituelle. L'infini coïncide ici moins avec l'immortalité qu'avec l'éternité. Pour l'humain, l'immortalité n'est pas biologique mais spirituelle. Par exemple, il parvient à se délivrer de l'animal éphémère qui est en lui en accomplissant, comme les héros, des

exploits qui demeureront dans l'esprit des générations à venir. Le rêve du chef-d'œuvre absolu chez l'artiste procède clairement de ce désir d'éternité.

Le mouvement transhumaniste n'exprime-t-il pas une forme de projection vers l'infini à travers son désir d'immortalité corporelle ?
Je répondrai d'une façon un peu brutale : je crois que le transhumanisme est le signe d'une animalisation de l'humain. Les possibilités technologiques nous donnent l'illusion d'être devenus les maîtres incontestés de la nature et du monde. Comme le manifeste la culture numérique, dont le fonctionnement binaire nous condamne à une perpétuelle mise en opposition avec l'autre – *I like, I dislike* – en nous assignant à un univers d'indéfinition obsessionnel, les technologies nous enferment dans de l'illimité, dans une consommation réputée indéfiniment accessible. Par là, elles exaspèrent ce qu'il y a de moins humain en nous, car consommer est d'abord un acte élémentaire, animal. L'intention des transhumanistes est de doter l'humain de dispositifs algorithmiques aptes à le faire courir plus vite, à lui permettre de voir plus loin, de mémoriser plus, dans une démarche qui n'est jamais de l'ordre de l'amélioration mais toujours de l'augmentation. Et lorsqu'ils nous promettent l'immortalité, c'est en faisant miroiter la perspective de cloner nos cellules, d'en bloquer le vieillissement, de booster la mécanique corporelle, de pérenniser nos métabolismes biologiques…
C'est toujours en misant sur l'élémentaire en nous, au sens brutal du terme ! Les transhumanistes entendent nous assujettir à des automatismes pour nous rendre immortels. Cela n'a rien à voir avec la pensée de l'infini.

« Les transhumanistes entendent nous assujettir à des automatismes pour nous rendre immortels. Cela n'a rien à voir avec la pensée de l'infini »

Mais sommes-nous capables, finalement, de penser l'infini ?
Nous ne faisons que ça : le penser, mais sans le connaître, si nous suivons Kant qui a thématisé la distinction entre la connaissance et la pensée. Nous connaissons lorsque nous appliquons des concepts à la matière de la réalité, aux intuitions que nous recevons des sens. Nous appliquons ces concepts à l'espace et au temps, qui sont les conditions mêmes dans lesquelles la réalité nous est donnée.
La connaissance, même la plus abstraite, reste associée à cette matérialité, à la production d'images. Mais l'idée du bien, par exemple, de la justice, ou de la beauté, ne sont pas circonscrites dans les limites de l'espace et du temps : la pensée dégage la voie vers l'absolu, vers l'infini.

PROPOS RECUEILLIS PAR ANDREINA DE BEI

Un être humain « augmenté », réparé indéfiniment, affranchi des contraintes biologiques et pour ainsi dire immortel… Cet horizon rêvé des transhumanistes semble encore bien lointain.

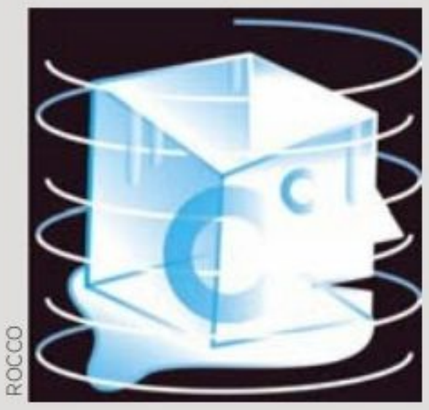
Apprentis-sorciers en quête de vie éternelle

La vie éternelle ici-bas… Pour certains transhumanistes, tel est l'horizon : ils espèrent mettre à profit les progrès scientifiques et techniques pour parvenir à réparer le corps humain à l'infini et repousser toujours plus loin les limites de notre mortalité. Tandis que d'autres ambitionnent de créer une nouvelle espèce, un posthumain mi-homme mi-machine, libéré des contraintes biologiques telles que la maladie ou le vieillissement. *« L'être humain a toujours essayé d'améliorer son environnement et sa qualité de vie,* affirme Theodore Papaioannou, ingénieur biomédical et directeur du département d'histoire médicale à l'université d'Athènes. *La technologie actuelle peut nous permettre de le faire à un niveau inédit ! »* Déjà, des implants auditifs aux membres artificiels en passant par les prothèses cardiaques et la neurostimulation, notre vie biologique est de plus en plus améliorée par la technologie. *« Il est donc prévisible que nous arriverons à augmenter les capacités de notre corps dans un futur proche,* s'enthousiasme Theodore Papaioannou. *Pour les chercheurs du futur, nous ne serons qu'un peuple ancien et simpliste. »*

Mais tous les experts ne partagent pas son optimisme. Et notamment le premier chercheur « cyborg » (pour organisme cybernétique), Kevin Warwick, professeur de cybernétique aux universités de Coventry et Reading au Royaume-Uni. Il est devenu célèbre en 2002 après s'être implanté une électrode dans les fibres nerveuses du bras gauche, ce qui lui a permis de contrôler une main artificielle située en Angleterre alors qu'il se trouvait lui-même à New York ! *« Je suis très surpris de voir à quel point ces technologies ont peu évolué depuis que j'ai fait ces expériences,* se désole le cybernéticien. *La prochaine étape devait être la communication entre deux cerveaux, mais jusqu'à présent, personne ne s'est vraiment lancé… Et de manière générale, rares sont les initiatives sérieuses destinées à accroître les capacités du cerveau telles qu'on les avait imaginées il y a vingt ans. »*

Connecter cerveau et IA pour décupler les capacités cognitives

Pourtant, on a pu assister, ces dernières années, au développement de dispositifs neuroprosthétiques destinés à moduler le système nerveux à des fins thérapeutiques. L'exemple le plus connu est l'implant cochléaire, qui transforme les sons captés par un microphone en signaux électriques envoyés directement vers le nerf auditif, permettant aux malentendants de percevoir quelques sons. Une autre approche très avancée est la stimulation cérébrale profonde, notamment pour traiter la maladie de Parkinson, technologie sur laquelle Kevin Warwick a d'ailleurs travaillé. *« On implante des électrodes au centre du cerveau, dans une zone appelée thalamus, afin de lire l'activité cérébrale qui s'y produit et de prédire ainsi la survenue des tremblements caractéristiques de la maladie,* détaille



ROCCO

Plus froid que le zéro absolu ?

En 2013, une équipe allemande de l'université Ludwig-Maximilian de Munich annonçait sans retenue être parvenue à descendre sous le zéro absolu (0 kelvin ou -273,15° Celsius)… qui est pourtant l'état d'agitation minimal d'un système. Comment était-ce possible ? Rappelons-nous que la température d'un corps est proportionnelle à l'énergie cinétique des particules qui le composent. Dans le cas d'une température positive, seules quelques particules sont plus agitées que les autres. Cette répartition d'énergie est appelée distribution de Boltzmann. Or, les chercheurs allemands ont réussi à inverser celle-ci. Le gaz qu'ils ont créé a donc bien une température négative : un petit nombre de particules sont au repos, tandis que la plupart s'agitent… Et s'agitent même beaucoup ! Ainsi, sous le zéro absolu, l'énergie globale d'un système devient très élevée. Et le gaz en question n'est pas plus froid mais, au contraire, très chaud. JACQUES-OLIVIER BARUCH

DAVID VINTINER

En 2002, Kevin Warwick s'est fait greffer dans le bras des électrodes reliées à son système nerveux. Il peut ainsi se connecter à un ordinateur qui active le membre.

l'expert. *Lorsqu'il y a un dérèglement, l'électrode envoie un courant électrique qui stimule cette région du cerveau et normalise son fonctionnement.* »

Mais Kevin Warwick regrette que ces avancées se soient focalisées sur l'aspect thérapeutique au détriment de la possibilité d'augmenter les capacités de base du cerveau : « *J'ai fait ma part, et personne n'a pris le relais! Cet incroyable potentiel demeure inexploré…* » Certes, Elon Musk, le patron de SpaceX, a lancé en 2016 l'entreprise Neuralink, dont l'ambition est de connecter le cerveau humain à un ordinateur doté d'intelligence artificielle afin de décupler les capacités cognitives humaines. « *Le projet de Musk est positif au sens où il a éveillé la curiosité du public, mais sa technologie pose beaucoup de questions encore sans réponses*, nuance Kevin Warwick. *Pour le moment, il ne s'agit que de publicité.* » L'une des raisons expliquant le peu de recherches entreprises pour augmenter les capacités du cerveau est la complexité de cet organe. « *Plus on le découvre, moins on le connaît,* sourit le professeur. *Il fait ce qu'il veut. Nous ne le contrôlons pas… c'est lui qui nous contrôle!* »

Un million de récepteurs au bout de chaque doigt

Serait-il plus facile de commencer par « augmenter » d'autres organes, plus simples ? Un bon candidat est le bras, un membre dont on fabrique des prothèses depuis des décennies. « *Les bras bioniques sont très intéressants, mais seulement pour les patients qui ont perdu toute utilisation de leur main et n'ont pas d'autres options* », prévient Oskar Aszmann, spécialiste de reconstruction chirurgicale des extrémités supérieures à l'université de Vienne (Autriche). Le chirurgien parle en connaissance de cause : il a participé à la création du bras bionique le plus avancé à ce jour, qui a fait l'objet d'un article, en avril 2020, dans le prestigieux *New England Journal of Medicine*. Ce bras mécatronique (mécanique et électronique) est attaché aux cellules osseuses de l'humérus (l'os qui lie l'épaule au coude) et permet une communication bidirectionnelle entre la prothèse et des électrodes implantées dans les nerfs et les muscles du haut du bras. « *C'est une technologie très intuitive, mais elle ne permet que des mouvements très simples comme la saisie d'objets ou l'ouverture d'une porte,* précise le spécialiste. *Les patients ne pourront jamais jouer du piano ou se gratter le nez avec cette main.* »

Selon l'expert autrichien, le rêve transhumaniste est encore très loin de devenir une réalité : « *Certaines personnes viennent me voir dans l'espoir d'amé-* ●●●

DIETER NAGL / AFP

«Certaines personnes viennent me voir dans l'espoir d'améliorer leur corps avec des membres bioniques… C'est infaisable ! »

Oskar Aszmann, spécialiste de reconstruction chirurgicale des extrémités supérieures à l'université de Vienne (Autriche)

JUAN CARLOS IZPISUA BELMONTE/SALK

Embryon de cochon auquel ont été injectées des cellules humaines. Le but de ce type d'expérience est, à terme, de faire produire par un animal des organes pouvant être utilisés comme greffons humains.

●●● *liorer leur corps avec des membres bioniques… C'est infaisable !* martèle Oskar Aszmann. *Pour donner un exemple, l'être humain possède plus d'un million de récepteurs au bout de chaque doigt, ce qui lui confère un degré de perception sensorielle impossible à reproduire. En outre, les prothèses ne font pas partie de notre corps, ce qui n'est pas sans conséquences psychologiques. Ce sont des outils, alors que notre corps, nous l'habitons. »*

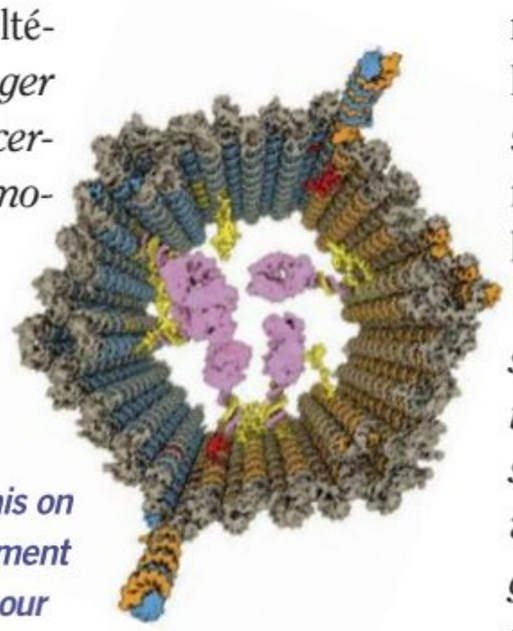
Voilà pourquoi la possibilité de « cultiver » des organes suscite de grands espoirs dans le monde de la recherche. Ces « cultivars » permettraient de pallier le manque de greffons en apportant une source potentiellement illimitée d'organes. Cette technique, appelée complémentation du blastocyste, repose sur le transfert de cellules souches humaines dans un embryon animal, afin de fabriquer un animal chimère possédant un ou plusieurs organes humains. Mais il s'agit d'un procédé extrêmement complexe et, pour le moment, seules des chimères nées d'espèces proches ont réussi à voir le jour (comme des souris avec des foies ou des pancréas de rat). Par ailleurs, jouer de la sorte aux apprentis sorciers soulève d'importantes questions éthiques. Ainsi, modifier les cellules germinales de ces animaux pourrait entraîner des changements génétiques susceptibles d'être transmis de génération en génération, ou encore altérer leur cerveau. *« Le vrai danger est de créer un animal avec un cerveau humain, donc avec des émotions et une réflexion semblables aux nôtres »,* explique Walter Low, neurochirurgien à l'université du Minnesota, qui a étudié cette problématique dans le journal scientifique *Stem Cells* en 2019. Tout en rappelant qu'on a déjà implanté des cellules humaines dans le cerveau de souris sans modifier le comportement des rongeurs.

Mais pour générer tout un organe, il faudra procéder à de nombreuses modifications génétiques dans l'animal récepteur, seule façon de s'assurer que l'organe en question ne sera pas rejeté par l'organisme hôte ni par le corps humain après la transplantation. *« Nous ne savons pas encore si ces modifications pourraient avoir un impact sur le développement du cerveau,* avoue Walter Low. *Cette technologie pourrait être révolutionnaire, mais on en est encore loin ! »*

« La possibilité d'améliorer l'humain est très excitante, résume Kevin Warwick. *Mais pour le moment, ce n'est que de la théorie. »* D'autres se montrent résolument optimistes. *« Il y a deux siècles, personne n'aurait imaginé pouvoir parler avec quelqu'un à l'autre bout de la planète* s'amuse Theodore Papaioannou. *Tout simplement parce qu'il n'y avait ni électricité ni internet. Je ne sais pas si un jour on atteindra l'immortalité, mais on ne perd rien à essayer ! »* ■ **NICOLAS GUTIERREZ C.**

Des nanorobots à base d'ADN pour capturer les virus

Pourquoi lutter contre le vieillissement quand on pourrait tout simplement l'éradiquer ? La principale cause de la dégénérescence du corps est la détérioration de l'ADN, la molécule qui contient notre information génétique. Pour le sauvegarder, la recherche travaille sur des nanorobots constitués eux-mêmes… d'ADN. ***« C'est une molécule très facile à produire et durable,*** **résume Hendrik Dietz, spécialiste en bionanotechnologies et robotique moléculaire à l'Université technique de Munich.** ***En outre, elle est très malléable : il suffit de modifier sa séquence pour lui donner n'importe quelle forme ; certains se sont même amusés à faire des nounours en 3D ! »*** **Ces caractéristiques en font le matériau idéal pour construire des machines destinées à réparer le corps au niveau moléculaire. Celles-ci pourraient par exemple se déplacer sur l'ADN pour détecter et réparer toute cassure avant que notre information génétique ne soit détériorée.** ***« Mais on ne sait pas encore comment les rendre autonomes pour qu'elles se propulsent et se dirigent toutes seules à l'intérieur de la cellule »,*** **tempère le biophysicien. Pour le moment, les chercheurs ne peuvent en effet créer que des structures passives, néanmoins capables de transporter des médicaments à l'intérieur des cellules ou de se lier à des microorganismes dangereux.** ***« Nous avons construit des structures d'ADN couplées à des anticorps,*** **précise le chercheur.** ***Elles peuvent reconnaître et capturer des virus pour les empêcher d'infecter nos cellules. Ceci pourrait servir de traitement antiviral en l'absence d'autres thérapeutiques… Par exemple pour la Covid-19. »***



SHAWN M. DOUGLAS / WYSS INSTITUTE FOR BIOLOGICALLY INSPIRED ENGINEERING

Ce nanorobot à ADN peut cibler des cellules cancéreuses précises afin de leur injecter un traitement.

ALEXANDRE MOATTI
Historien des sciences, chercheur associé à l'université Paris-Diderot

« Les transhumanistes croient réellement en la puissance infinie de l'homme »

Centenaire, la mythologie transhumaniste a enrôlé, parfois en les déformant, les découvertes successives de la biologie ou de la robotique. Avec, toujours, la conviction que la science permettra de tendre vers l'immortalité.

Votre dernier ouvrage s'intéresse aux racines du transhumanisme, dans les années 1930 à 1980. Que s'est-il joué alors ?
En réalité, l'homme nouveau qu'appelle le transhumanisme puise ses origines dans des mythes plus anciens. La légende du Golem, cet homme d'argile amené à la vie par magie, en est l'illustration. Mais dans les années 1920-1930, la diffusion plus large du darwinisme, une meilleure connaissance de la préhistoire et la place grandissante des machines font émerger des réflexions, notamment en France, sur l'homme du futur. Si Dante, dès le XIVe siècle, avait créé dans sa *Divine Comédie* le verbe *trasumanar* (l'homme s'élevant de sa condition pour aller à la rencontre de Dieu), c'est en 1937 que le terme transhumanisme apparaît, sous la plume de l'ingénieur Jean Coutrot. Il est repris à partir de 1951 par le biologiste britannique Julian Huxley dont le frère Aldous, auteur du *Meilleur des mondes*, était un ami de ce polytechnicien.

FLORENCE LEVILLAIN/SIGNATURES POUR SCIENCES ET AVENIR

Un « darwinisme culturel » se répand en France à cette époque, selon vous. Comment le définissez-vous ?
Ce darwinisme-là n'a plus grand-chose à voir avec la théorie de l'évolution, même s'il contribue à sa diffusion, non seulement dans certains milieux intellectuels mais aussi auprès du grand public. Il s'agit de constater l'évolution de l'homme depuis la préhistoire et de se demander ce qu'il adviendra de l'humanité dans 25 000 ans. Julian Huxley s'appuie sur ce concept pour en faire une métaphysique de l'humanité. *« L'homme, c'est l'évolution devenue consciente d'elle-même »*, écrit-il. Et de se demander : jusqu'où peut-il aller ?

L'avènement du cyborg, à partir des années 1960, change-t-il quelque chose aux discours transhumanistes ?
Avec l'apparition de cet être mi-humain mi-robot, l'informatique prend une place importante dans les mythes transhumanistes, à côté de la biologie. Circule ce fantasme d'un homme débarrassé de son enveloppe physique grâce au téléchargement de sa mémoire. Le terme, qui trouve son origine dans les années 1960, est introduit en France en avril 1973 par un article de *Paris Match* : il parle des *« Kiberts, les robots à tête d'homme »* en évoquant l'ouvrage du journaliste américain David Rorvik *Quand l'homme devient machine*. Par la suite, au début des années 1980, le film *Terminator* fait entrer le cyborg dans la culture populaire.

En parallèle de la notion de progrès inhérente au transhumanisme existe la crainte d'une dégénérescence de l'homme, dites-vous.
Les deux s'alimentent. Il est certain que lorsqu'on recherche les racines du transhumanisme, on tombe sur des théoriciens de l'eugénisme : Alexis Carrel dans les années 1930, mais aussi le biologiste Jean Rostand (1894-1977), qui craignait de voir se dégrader le patrimoine génétique de l'humanité… On lit encore aujourd'hui des appels à congeler les ovocytes des femmes à fort quotient intellectuel ! L'idée que les personnes à bas QI sont inutiles demeure assez prégnante, et avec une certaine constance, chez les tenants du transhumanisme.

Comment le transhumanisme devient-il une mythologie sur le potentiel de l'homme ?
Les transhumanistes croient réellement en la puissance infinie de l'homme, avec l'idée que le progrès scientifique et technique nous permettra de tendre vers l'immortalité. Pour certains, comme le philosophe et théologien Teilhard de Chardin (1881-1955), il nous conduira vers Dieu. Julian Huxley parle, lui, d'une religion de l'humanité. Il écrit en 1927 un ouvrage, traduit en français quarante ans plus tard, intitulé *Religion Without Revelation*. Cet ouvrage s'appuie sur Darwin… pour en produire sa propre interprétation de la supériorité de l'humanité. Ce type de récits, que j'appelle alterscience, s'éloigne complètement des faits scientifiques dont ils se réclament. Mais force est de constater qu'ils traversent les époques.

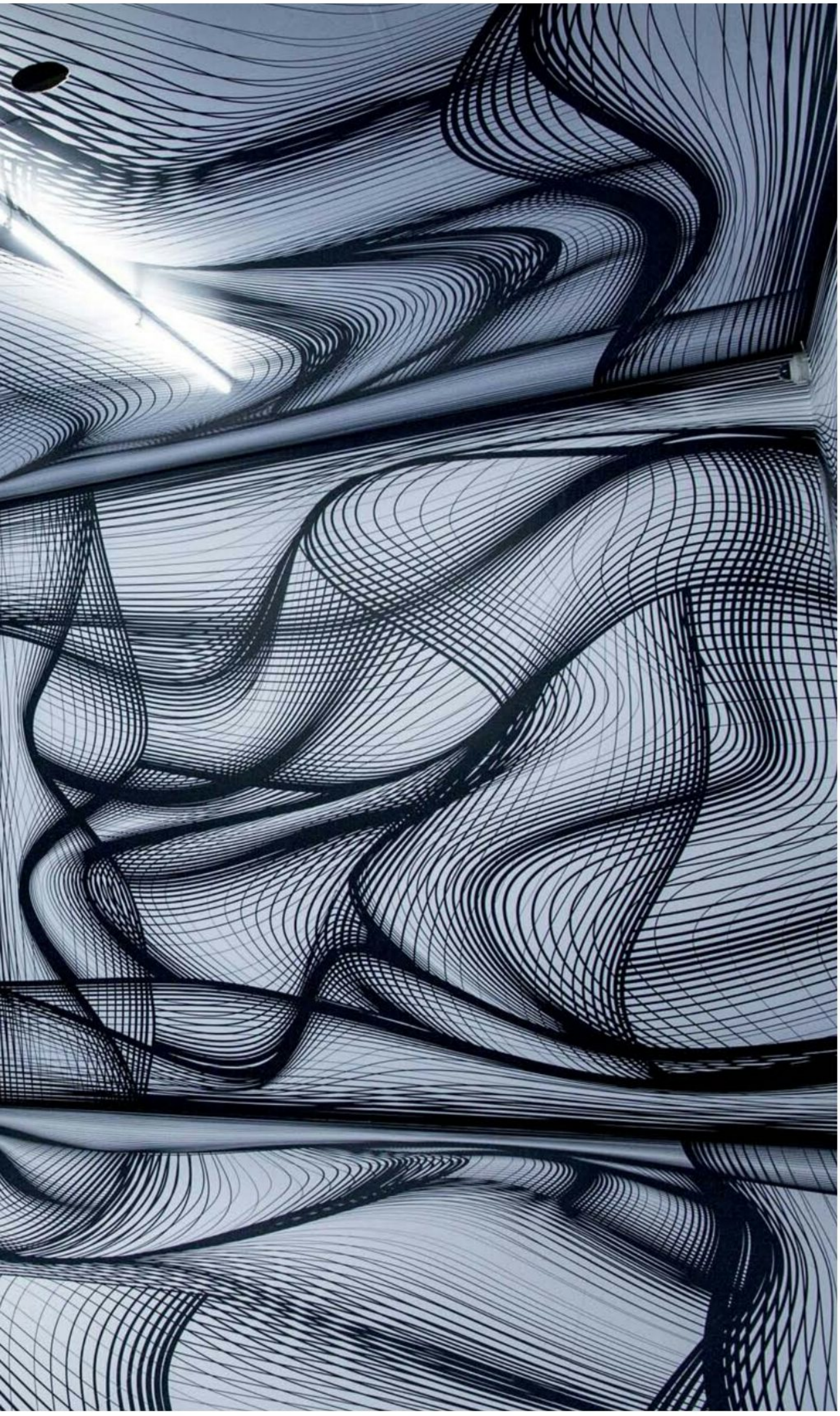
SYLVIE LECHERBONNIER

* *Aux racines du transhumanisme*, Odile Jacob, 2020.

L'infini dans l'art

Œuvre sans titre de l'artiste Peter Kogler (2018), présentée à l'exposition « Artistes et robots » au Grand Palais à Paris.

GILLES BASSIGNAC / DIVERGENCE



Porte ouverte sur l'infini, l'art enrichit sans cesse notre imaginaire. Un vertige nous saisit à l'écoute des variations de Bach ou devant les dessins aux troublantes perspectives de Maurits Escher. Et nous nous perdons avec délices dans les jeux de miroir de l'écrivain Borges, dont l'œuvre est truffée de dédales aux bifurcations innombrables…

De Bach à la techno, quand la musique tourne en boucles

DANIEL REINHARDT / DPA / AFP

Manuscrit de Jean-Sébastien Bach. Par ses thèmes en perpétuelle métamorphose, ses constructions savantes explorant toutes les combinaisons mélodiques et rythmiques, le compositeur évoque l'infini comme nul autre.

Superpositions, variations, répétitions parviennent à produire une sensation d'infini, des chefs-d'œuvre du compositeur baroque aux séquences minimalistes de la musique électronique.

La musique, c'est l'art du temps. Bien sûr, toute œuvre d'art a un début et une fin. Mais en écoutant Bach, on est frappé par cette polyphonie dense et homogène qui donne une sensation d'infini. C'est un flot, une pulsation régulière, qui semble ne jamais s'arrêter. » Spécialiste de l'œuvre de Jean-Sébastien Bach (1685-1750), Gilles Cantagrel explique comment celui-ci a poussé au plus haut niveau la sophistication pour parvenir à susciter de telles impressions. « *Bach sublime tous les langages de ses prédécesseurs, Couperin, Rameau, Vivaldi… Au XVIIe siècle, il s'est produit une explosion du langage musical* », souligne le musicologue. De nouveaux instruments apparaissent, notamment à clavier : orgue, clavecin, pianoforte… sur lesquels on peut jouer plusieurs notes à la fois. Et l'on découvre une manière d'accorder ces instruments qui permet toutes les tonalités.

Bach exploite ces possibilités dans le contrepoint, une technique consistant à faire entendre plusieurs mélodies à la fois en les combinant dans le temps selon certaines règles d'harmonie. La fugue en est la forme la plus riche : un « sujet » (thème) souvent simple qui se métamorphose, et que l'on entend successivement dans chacune des voix qui la composent (une fugue peut comporter jusqu'à cinq voix). « *Toutes les variations sont imaginables !* », explique Gilles Cantagrel.

Suivre une voix en particulier ou se laisser emporter par le flot ?

Au sommet du genre, *L'Art de la fugue*, une œuvre qui comporte 14 fugues et 4 canons (fugues formées d'une même mélodie qui se superpose à elle-même avec un décalage dans le temps), d'une densité et d'une complexité inouïes. « *Une autre manière de donner une image d'infini – divin évidemment, car tout est divin chez Bach –, c'est de boucler une œuvre sur elle-même* », poursuit le chercheur. C'est le cas avec les fameuses *Variations Goldberg* pour clavier. Elles consistent en une aria (air d'introduction) suivie de trente variations prenant quasiment toutes les formes possibles, chacune construite sur l'une des 32 mesures de l'aria. Avant que celle-ci ne revienne à nouveau. « *Cette construction suggère qu'on pourrait les jouer indéfiniment* », note le musicologue.

Dès lors, comment écouter Bach ? Suivre une voix en particulier, ou se laisser emporter par le flot ? « *Dans les fugues, on peut suivre aisément deux voix distinctes. Pour passer à trois voix, il faut de l'entraînement. Ensuite, le cerveau est dépassé. C'est cette sur-stimulation sensorielle qui donne une sensation d'infini. On la retrouve dans les musiques minimalistes* », explique le musicologue et essayiste Guillaume Kosmicki.

Bibliographie

Gilles Cantagrel, *Le Moulin et la Rivière. Air et variations sur Bach*, Fayard, 1998

Guillaume Kosmicki, *Musiques savantes* (de 1882 à 2015, en trois tomes) ; *Free parties. Une histoire, des histoires,* Le mot et le reste, 2010-2017

Discographie

Jean-Sébastien Bach : *L'Art de la fugue*, Grigory Sokolov, piano, 1982

Jean-Sébastien Bach : *Variations Goldberg*, Glenn Gould, piano, 1955-1981

Terry Riley : *In C*, 1964

Steve Reich : *Music for 18 musicians*, 1976

Philip Glass : *Einstein on The Beach*, 1976

Éliane Radigue : *Adnos I-III*, 1973-1980

Jeff Mills : *The Bells*, 1996

John Cage : *4'33''*, 1952

Dans les années 1960 naît en effet aux États-Unis un courant musical qui vise à parvenir à des résultats similaires avec des moyens réduits. C'est la musique dite « minimaliste ». Elle consiste en une répétition de séquences mélodiques et rythmiques courtes en évolution constante (musique « répétitive »), ou en un son unique, une trame continue qui se transforme lentement dans le temps avec d'infimes variations, ce que l'on appelle un bourdon (« *drone music* »), comme celui qu'expérimente dès 1970, avec les premiers synthétiseurs du marché, la compositrice française Éliane Radigue (née en 1932), proche des musiques bouddhistes.

Les musiques indiennes utilisent aussi des procédés de construction qui influenceront notamment les Américains Steve Reich et Philip Glass. En 1976, ce dernier compose *Einstein on The Beach*, un opéra en hommage à Albert Einstein. Des chœurs y comptent de 1 à 8, comme pour symboliser la pensée mathématique d'Einstein, puis de courts motifs s'enchaînent pour former quatre actes séparés par des interludes. Le tout en cinq heures… sans entracte! « *Le public peut entrer et sortir quand il le souhaite, comme si la pièce était infinie*, raconte Guillaume Kosmicki. *La musique de Glass remet en question la notion de temps, comme Einstein l'a fait avec sa théorie de la relativité générale.* »

Cette sensation d'abolition du temps est aussi présente dans la musique techno qui inonde les années 1990 et 2000. Dansée dans un contexte collectif, elle permet de parvenir à une sorte de « transe ». « *La techno est construite à partir de sons issus de disques ou d'ordinateurs, qui sont mixés par le disc-jockey en séquences répétitives simples. Chaque danseur peut adapter son corps à la séquence de son choix. De plus, de minuscules césures dans la musique favorisent la transe* », explique le musicologue.

Quelle que soit la musique, le mode d'écoute joue une grande importance dans les sensations. « *Tout dépend si l'auditeur se plonge réellement dans la musique, ou s'il ne s'agit pour lui que d'une musique d'ambiance* », souligne Victor A. Stoichita, chercheur en ethnomusicologie à l'université Paris-Nanterre. Certains sont plus réceptifs que d'autres. Dans les cérémonies religieuses de certaines ethnies d'Afrique ou d'Asie, seuls les « médiums » aptes à communiquer avec les divinités entrent en transe. Par analogie, dans nos civilisations occidentales, certains auditeurs de musique classique, baptisés *deep listeners* (auditeurs profonds) par l'ethnomusicologue américaine Judith Becker, ressentent de très vives émotions physiques et psychiques – jusqu'à la sensation d'être hors de leur corps…

« *Dans d'autres courants philosophiques, comme le confucianisme ou le taoïsme, l'infini en musique ne relève pas de la répétition ou de l'interminable, mais plutôt de l'indéterminé*, souligne Victor A. Stoichita. *Par exemple, le son de la cithare chinoise, le* qin, *qui s'évanouit symbolise pour certains lettrés l'unité profonde de toute chose.* » L'expérience ultime de l'infini en musique est cependant à mettre au crédit d'un compositeur occidental, l'Américain John Cage, auteur d'une œuvre intitulée *4'33"*. Quatre minutes et trente-trois secondes… de silence. ■

JEAN-FRANÇOIS HAÎT

Gamme de Shepard, diatonique en *do* majeur, répétée 5 fois : https://sciav.fr/shepardcourt

Version continue de la gamme de Shepard https://sciav.fr/shepardlong

Les *rave-parties* sont l'occasion d'expérimenter l'infini, la musique permettant d'accéder à un état proche de la transe.

GETTY IMAGES

La gamme infinie, une illusion auditive

On ne peut l'entendre plus de quelques secondes sans crier grâce… La gamme infinie, inventée en 1964 par le psychologue cognitiviste américain Roger Shepard, est en effet particulièrement pénible à écouter. Elle s'appuie sur des sons synthétiques obtenus, chacun, par la superposition d'une même note prise à différentes octaves. Ces sons gravissent chaque degré de la gamme, du plus grave au plus aigu. L'octave répétée en boucle crée l'illusion d'une montée infinie. Comment? La transition entre chaque répétition de la boucle est rendue imperceptible par la modulation des volumes : tandis que celui des fréquences médium, sur lesquelles notre cerveau se focalise naturellement, reste fort, les aigus et les graves sont diminués ou augmentés afin de simuler un passage à l'octave supérieure. Cette curiosité musicale souligne l'importance de l'analyse des sons par notre système nerveux, domaine d'étude de la psychoacoustique. Nous pourrions en effet penser que pour situer une note, il suffit d'en connaître la fréquence (le nombre de vibrations par seconde, exprimé en hertz). En réalité, notre perception de la fréquence est double. La hauteur spectrale, qui tient compte des harmoniques du son, désigne l'impression de grave ou d'aigu, tandis que la hauteur fondamentale, qui permet de distinguer entre elles deux notes de la gamme, est beaucoup plus précise, mais sujette à des erreurs d'octave.

« *Nous entendons plus de ressemblance entre un do grave et un do aigu qu'entre deux notes qui se suivent, un si et un do, par exemple*, détaille Daniel Pressnitzer, du CNRS. *C'est cette hauteur fondamentale d'une note, ou chroma, qui a intéressé Shepard.* »

Le compositeur Jean-Claude Risset s'est inspiré de la gamme infinie pour un *glissando* dans sa pièce *Little Boy* (1968). Plus récemment, elle a été utilisée dans le jeu vidéo Super Mario pour la musique accompagnant la phase de jeu dans un escalier sans fin. Hans Zimmer y a également eu recours dans la bande originale de *Dunkerque* de Christopher Nolan (2017). Surprenante popularité pour une gamme conçue en laboratoire!

SOPHIE CREUSILLET

Derrière les toiles des maîtres de la Renaissance, une rigoureuse construction géométrique. En « inventant » la perspective, les artistes italiens créent l'illusion de la profondeur… et révolutionnent la représentation du monde.

L'art et la science de regarder le monde autrement

Giotto, Vinci, Michel-Ange, Fra Angelico… les peintres de la Renaissance nous ont offert des perspectives inédites ! En inventant, dès le XVe siècle, une façon de représenter le monde en trois dimensions sur une surface plane, l'infini est devenu perceptible dans des tableaux qui, tout en proposant une vision poétique inédite, s'approchent au plus près de la réalité. Que de chemin parcouru depuis les personnages égyptiens, dessinés à plat et de profil ! Leur maladresse revêt une forme de charme pour notre œil formé par la perspective géométrique, inconnue des artistes de l'époque.

En Occident, c'est en Grèce et à Rome que l'on commence à expérimenter la représentation en trois dimensions. Le peintre Agatharcos (Ve siècle avant J.-C.) aurait ainsi mentionné, dans son traité consacré à la peinture scénique, la notion de lignes de fuite issues d'un centre focal unique, introduisant l'illusion de la distance dans la peinture. Mais au Moyen Âge, les peintres se soucient davantage de narration que de réalisme. La taille des personnages est déterminée par leur position sociale : un seigneur sera figuré plus grand que son vassal…

La révolution viendra de Florence, durant cette période qui amorce la Renaissance : le Quattrocento. « *Les cités italiennes, rivales, s'arrachent les meilleurs scientifiques et les artistes les plus talentueux*, rappelle Pierre Curie, conservateur du musée Jacquemart-André à Paris. *Et à partir de Giotto, les Italiens cherchent à se rapprocher de la vision humaine.* »

« *Le succès de la perspective est lié à une opération de reconquête du pouvoir politique par les Médicis, dans la sobriété* », précise dans ses *Histoires de peinture* Daniel Arasse, le célèbre historien d'art disparu en 2003. Lorsque Cosme de Médicis arrive au pouvoir dans la cité toscane, en 1434, il prend le contre-pied de ses rivaux, les Strozzi, commanditaires de tableaux gothiques tout en dorures et reliefs. Grand mécène, il fournit aux artistes un cadre idéal pour s'exprimer et inventer une nouvelle technique, la perspective linéaire, que définit ainsi Daniel Aarasse : « *un système de représentation monofocal parfaitement arbitraire qui suppose un spectateur immobile à une certaine distance, regardant avec un seul œil, et non pas avec le mouvement de deux yeux qui balaieraient le champ. Cette géométrisation de l'espace et du temps est l'innovation fondamentale de la perspective.* »

Un rayon de l'œil au niveau du mollet

Filippo Brunelleschi, architecte de la coupole de Florence, en établit les principes vers 1420, avec un procédé permettant de représenter un bâtiment sur un plan en respectant les rapports de proportion. Leon Battista Alberti la codifie en 1435. À la fois philosophe, peintre, architecte, mathématicien, il écrit la première étude scientifique sur la perspective. Elle suppose de déterminer le point d'observation du spectateur et les dimensions du tableau. La perspective linéaire s'appuie sur un point

Ségolène Bergeon Langle et Pierre Curie, *Peinture et dessin*, Éditions du Patrimoine, 2009

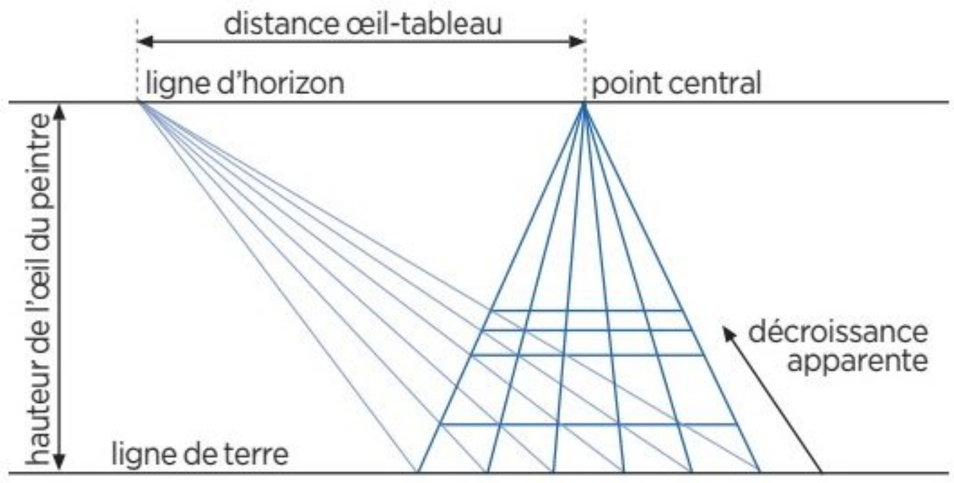
Daniel Arasse, *Histoires de peinture*, Folio Essai, 2006.

Transcription de 25 émissions proposées en 2003 et toujours disponibles sur France Culture

ARCHIVES ALINARI, FLORENCE, DISTR. RMN / GRAND-PALAIS

La *Cité idéale,* conservée dans la ville d'Urbino, en Italie, et réalisée entre 1480 et 1490 par un peintre anonyme, est une démonstration parfaite de perspective. Aidée par la rectitude géométrique des bâtiments et les dalles du sol, la vue du spectateur se dirige immanquablement vers le point de fuite caché derrière le temple central.

Perspective, méthode d'Alberti



À partir d'un point de fuite (ou point central) posé sur une ligne d'horizon, et en traçant des diagonales qui partent de l'œil du peintre, Alberti a créé une méthode qui permet de diminuer la grandeur du dallage dans l'espace et donne l'illusion de distance.

central placé sur une ligne d'horizon vers laquelle convergent toutes les parallèles qui semblent se rejoindre par-delà le tableau, suggérant une profondeur infinie : les lignes de fuite. Alberti trouve une méthode de construction de la décroissance apparente des carreaux du sol au fur et à mesure qu'ils s'éloignent dans le tableau. Un des principes consiste à tracer des obliques partant de l'œil du spectateur ou du peintre. Chaque fois qu'elles croisent une ligne de fuite, le carreau formé est plus petit. Ces méthodes projectives, théorisées en géométrie au début du XVII^e^ siècle, renouvelleront la discipline : la géométrie des figures concrètes deviendra géométrie de l'espace abstrait. *« La perspective linéaire est celle qui se rapproche le plus du travail de l'œil, qui n'est qu'un outil. C'est le cerveau qui nous fait comprendre les informations qu'il transmet, et qui les interprète en fonction d'un système culturel »,* précise Pierre Curie.

Les artistes cherchent alors d'abord à reproduire la réalité, ne parlent pas encore de point de fuite (point à l'infini) : Alberti l'appelle rayon de l'œil. Celui-ci peut se placer n'importe où dans le tableau. Ainsi Antonello de Messine, dans son *Saint Sébastien,* le situe au niveau du mollet du personnage, ce qui fait apparaître celui-ci comme un géant, avec un effet de gros plan cinématographique!

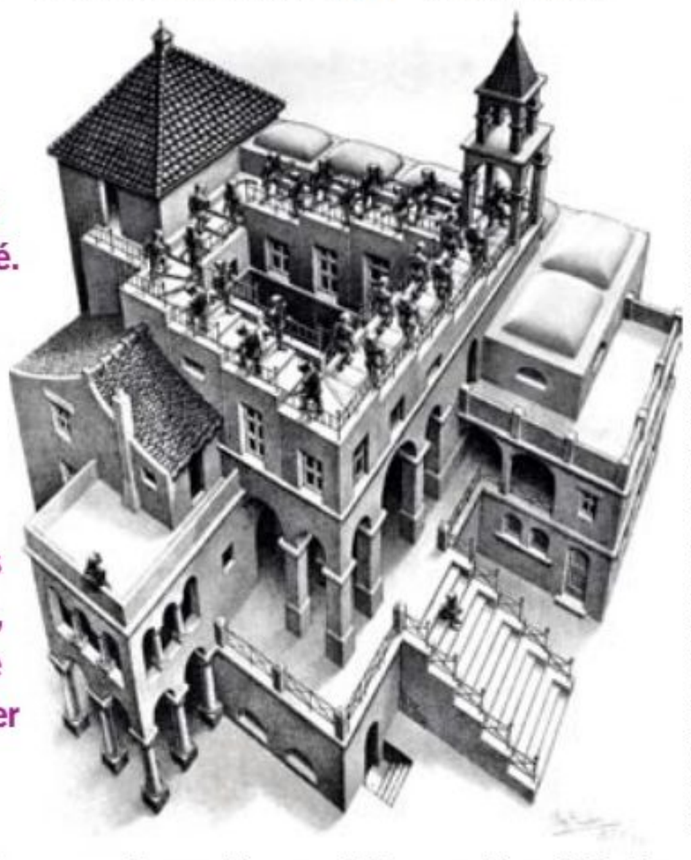
D'autres techniques que celle d'Alberti créent l'illusion de la profondeur. La perspective aérienne s'appuie sur la différence de netteté et de contrastes, les formes devenant plus floues à mesure que le sujet est éloigné. Le *sfumato,* qui s'en approche, adoucit les contours des lointains. Loin des cités toscanes, les Japonais développent la perspective cavalière, où les fuyantes sont parallèles – méthode toujours utilisée pour le dessin technique.

Les artistes italiens, quant à eux, une fois les règles maîtrisées, ne cesseront de chercher à s'en affranchir. Leurs *Annonciations* comportent souvent un élément qui casse la rigueur géométrique, échappe à la perspective, tout comme, dans la pensée religieuse d'alors, l'Incarnation échappe à l'homme. Léonard de Vinci, dans sa *Dernière Cène,* construit un plafond d'une perspective parfaite. Mais la table, trop grande par rapport à l'espace, confère aux apôtres un effet de présence démultiplié.

En quelques décennies, le système albertien conquiert l'Europe, où il s'impose dans la représentation du réel pour cinq siècles. Les premiers, les peintres cubistes feront voler en éclats formes et volumes et se libéreront du réalisme. Jusqu'à ce que l'univers de la 3D replace la perspective au premier plan, nous offrant des émotions sans doute aussi puissantes que celles éprouvées par les spectateurs de la Renaissance. ■ **SYLVIE BRIET**

L'escalier impossible de Penrose

Il peut être gravi indéfiniment… Tel est le paradoxe de l'escalier représenté par l'artiste hollandais M.C. Escher dans sa lithographie *Ascending and Descending* (1960). Comment des volées de marches vous condamnent-elles à revenir toujours au point de départ? Pour le comprendre, il faut considérer la figure impossible qui a inspiré le dessinateur, imaginée par le psychiatre britannique Lionel Penrose. Celui-ci conçoit la représentation en deux dimensions d'un escalier composé de quatre volées tournant à angle droit. Sur ce dessin, il est impossible de repérer de point haut ni de point bas. *A contrario,* la maquette en 3D comporte des marches progressant en continu du bas vers le haut, mais les dernières ne rejoignent pas les premières, laissant un espace vide. C'est le jeu des perspectives qui crée l'illusion, sous un angle donné. Une illusion qui repose sur les raccourcis opérés par notre cerveau au cours du dixième de seconde nécessaire pour que l'information lui parvienne depuis l'œil et pendant lequel il sélectionne, parmi une infinité d'interprétations, la plus plausible. Par exemple, en l'absence d'informations complémentaires, deux lignes proches se touchent, comme, sur la maquette, celles du « départ » et de « l'arrivée ». Mais si les jeux de perspective d'Escher sont aussi déstabilisants, c'est également parce que notre cerveau peut produire une perception cohérente de chaque détail du dessin, mais pas de sa globalité. **SOPHIE CREUSILLET**

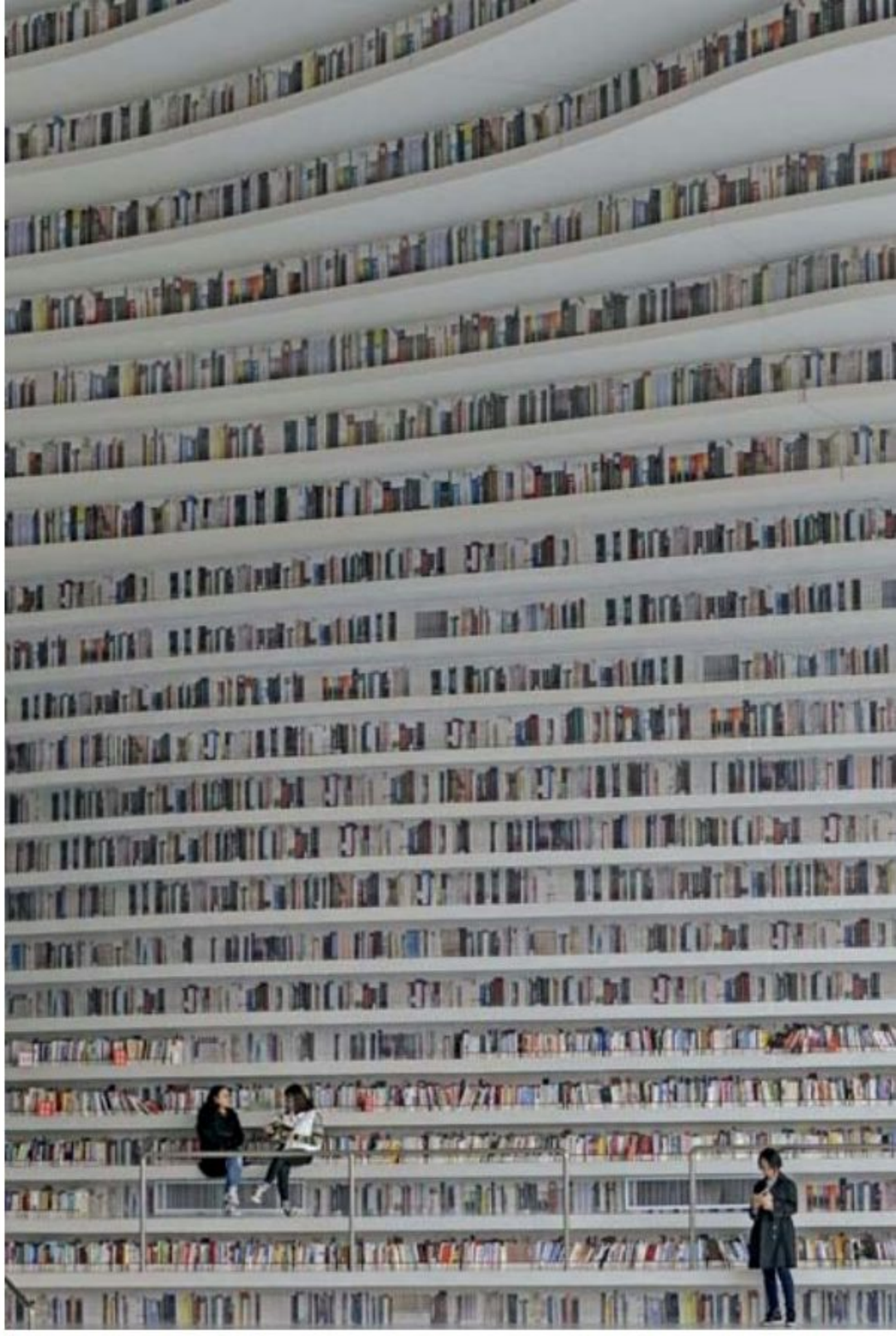


M.C. ESCHER'S "ASCENDING AND DESCENDING" © 2020 THE M.C. ESCHER COMPANY-THE NETHERLANDS. ALL RIGHTS RESERVED. WWW.MCESCHER.COM

***Ascending and Descending* d'Escher,** une étourdissante énigme visuelle.

Inspiré par une nouvelle fantastique de Jorge Luis Borges, un étudiant américain a créé une bibliothèque numérique abritant… 10^{4677} ouvrages. Vertigineux !

Babel ou la bibliothèque infinie



Imaginez un site internet contenant… absolument tout. Toutes les définitions de tous les dictionnaires du monde, toutes les pages de tous les livres jamais écrits et de ceux qui n'existent pas encore, le résumé de votre journée d'aujourd'hui, mais aussi de celle de demain. Imaginez n'importe quelle scène, même la plus saugrenue : elle se trouve déjà sur ce site. Et aussi étrange que cela puisse paraître, ce site existe bel et bien ! Il s'appelle libraryofbabel.info, du nom de l'une des plus célèbres nouvelles de Jorge Luis Borges (1899-1986), *La Bibliothèque de Babel*. L'auteur argentin y décrivait en 1941 une « bibliothèque totale » renfermant tous les livres de 410 pages – de 80 lignes chacune – théoriquement possibles, comprenant ainsi tous les textes imaginables mais également une multitude de successions aléatoires de lettres. « *En considérant ces textes comme des ensembles de données dénuées de sens, Borges pensait déjà en terme d'algorithmes* », souligne Jonathan Basile, doctorant en littérature comparée à l'université américaine d'Emory (Atlanta). C'est lui qui a créé en 2015 le site libraryofbabel.info. « *Il m'a fallu environ trois mois pour concevoir un algorithme générant des pages aléatoires,* explique Jonathan Basile. *Je souhaitais aussi que le processus soit réversible, c'est-à-dire que chaque page soit toujours rangée au même endroit et que l'on puisse, en cherchant un texte précis, retrouver sa localisation dans la bibliothèque.* »

Un océan de non-sens et d'aléatoire

Pour bien comprendre le fonctionnement de celle-ci, mieux vaut commencer petit, avec par exemple des « pages » contenant uniquement un mot de trois lettres. Avec notre alphabet de 26 lettres, il existe précisément 17 576 combinaisons possibles (26 fois 26 fois 26, soit 26^3). L'algorithme est capable d'attribuer à chacune de ces combinaisons une place qui soit toujours la même. Le mot AAA sera par exemple toujours à la première place, le mot RVH toujours localisé à la position numéro 12 527, etc. Inversement, si l'on cherche ce qui se trouve à la position numéro 12 527, l'algorithme affichera systématiquement le mot RVH.

À ce stade, deux constats s'imposent. Tout d'abord, l'algorithme n'a pas à stocker à l'avance toutes les combinaisons possibles, se contentant de répondre ponctuellement aux questions « quel mot se trouve à telle position » et « où se trouve tel mot ». Mais surtout, le procédé fournit majoritairement des combinaisons de lettres dénuées de tout sens. Seuls quelques centaines de réels mots de trois lettres (en français), comme SAC, MUR ou ARC, sont discernables parmi les milliers de combinaisons abstraites. Si l'on reproduit le même procédé avec cinq lettres, le nombre de combinaisons dépasse les 11 millions (26^5). Les rares mots compréhensibles de cinq lettres se retrouvent d'autant plus noyés dans un océan de non-sens et d'aléatoire.

COURTESY J. BASILE TOUS DROITS RÉSERVÉS

« Considérant ces textes comme des ensembles de données dénuées de sens, Borges pensait déjà en terme d'algorithmes »

Jonathan Basile, inventeur du site libraryofbabel.info

Maintenant, rajoutez aux 26 lettres de notre alphabet la virgule, le point et l'espace pour pouvoir scinder le tout en plusieurs mots, puis en phrases. Enfin, montez le nombre de caractères jusqu'à 3 200, soit une page de livre de poche. C'est ce qu'a fait Jonathan Basile sur son site, capable de recréer les 29^{3200} combinaisons possibles pour une telle page. Toutes ces pages ont ensuite été soigneusement « rangées » dans des livres de 410 pages, eux-mêmes entreposés sur des étagères virtuelles au sein d'une succession de pièces hexagonales. Le nombre de livres obtenus est absurdement grand :

FEATURECHINA / NEWSCOM / ABC / ANDIA.FR

La bibliothèque Binhai à Tianjin, en Chine. Les millions de livres qu'elle semble abriter sont des trompe-l'œil. En réalité, les collections sont conservées dans des réserves classiques.

10^{4677}. Soit une suite ininterrompue de 4 678 chiffres… plus longue que le texte que vous venez de lire jusqu'ici. *« Ce nombre est si grand qu'il dépasse toutes nos capacités de compréhension »*, résume Jonathan Basile. Pour comparaison, le nombre de millisecondes écoulées depuis la naissance de notre planète, il y a 4,5 milliards d'années, ne comporte que 21 chiffres. Celui des atomes dans l'Univers visible, environ 80. Si le nombre de livres est donc fini d'un strict point de vue mathématique, il flirte pour un esprit humain avec les frontières de l'infini.

Naviguer au hasard dans la bibliothèque de Babel, c'est se retrouver submergé par des pages et des pages de combinaisons incohérentes de lettres. Parmi elles, avec un peu de chance, il est possible de relever un mot de trois, voire quatre lettres. Mais aussi, toutes les combinaisons de 3 200 caractères étant possibles, des mots bien plus longs, des phrases et même des paragraphes entiers de texte. Le premier paragraphe de cet article se trouve ainsi à la page 354 du 26e livre posé sur la 5e étagère du mur 3, dans la pièce numéro 3gdek6p7ky… Et il se trouvait déjà à cette exacte position depuis des années. Vertigineux! Si toutes les pages de tous les livres connus et inconnus existent bel et bien dans la bibliothèque, il est pour autant statistiquement impossible de tomber dessus sans passer par le moteur de recherche du site, explique son créateur. *« Ces pages de texte rationnel sont exceptionnellement rares. Mais elles ne sont pas plus chargées de sens que les autres, résultant elles aussi d'un processus aléatoire. La bibliothèque nous montre que tout discours, toute réflexion sensée, est reproductible de manière mécanique en l'absence d'intention. »*

Des images de vous-même en train de lire ce magazine

Non content d'avoir mis en ligne cette époustouflante bibliothèque virtuelle, le jeune Américain a voulu pousser le concept plus loin. Sur le même site, une partie « Archives images de Babel » a ainsi vu le jour. L'algorithme, plutôt que de générer des textes, produit ici toutes les variations possibles d'une image de 640 pixels sur 416, chaque pixel pouvant prendre une couleur parmi 4096 disponibles. Comme son pendant littéraire, cette bibliothèque d'images renferme majoritairement des pages dénuées de sens, ici sous forme d'une bouillie de pixels. Mais elle contient aussi, entre autres, une multitude d'images de vous-même en train de lire ce magazine, prises dans une infinité d'angles et de cadrages différents. *« L'algorithme peut en réalité s'appliquer à un grand nombre d'expériences, comme des morceaux de musique, mais je trouvais que la génération d'images constituait une extension très intéressante du concept, car très personnelle, presque dérangeante pour les visiteurs »*, souligne Jonathan Basile. Difficile de lui donner tort : quelque part sur son site se trouve une photo des enfants ou des petits-enfants que vous n'avez pas encore. ■ **YANN CHAVANCE**

Borges et le paradoxe du singe savant

L'écrivain argentin Jorge Luis Borges a toujours aimé jouer avec le concept de l'infini. La nouvelle *L'Aleph*, publiée en 1945 dans le recueil du même nom, imaginait un point situé dans la cave d'une maison contenant une infinité de lieux et d'événements ; un point à travers lequel on pouvait observer simultanément *« tous les lieux de l'univers, vus de tous les angles »*. Trente ans plus tard, dans une nouvelle intitulée *Le Livre de sable*, Borges décrivait un livre au nombre de pages *« exactement infini »* et contenant, de fait, tous les livres imaginables. Une forme de réponse à *La Bibliothèque de Babel*, l'un de ses textes les plus célèbres, imaginé quelques décennies plus tôt. En réalité, cette nouvelle s'inspirait déjà de *La Bibliothèque universelle*, un récit écrit au début du siècle par l'écrivain et mathématicien allemand Kurd Lasswitz (1848-1910). Toutes ces créations littéraires ont souvent été considérées comme autant d'illustrations d'un paradoxe mathématique, celui du singe savant. Ce théorème aux multiples variations affirme qu'un singe immortel tapant indéfiniment sur une machine à écrire finira *presque sûrement* (formulation issue de la théorie des probabilités) par écrire, entre autres exemples, *Hamlet* de Shakespeare. Absurde, mais mathématiquement imparable.

MARCELLO MENCARINI / LEEMAGE

Jorge Luis Borges en 1981.

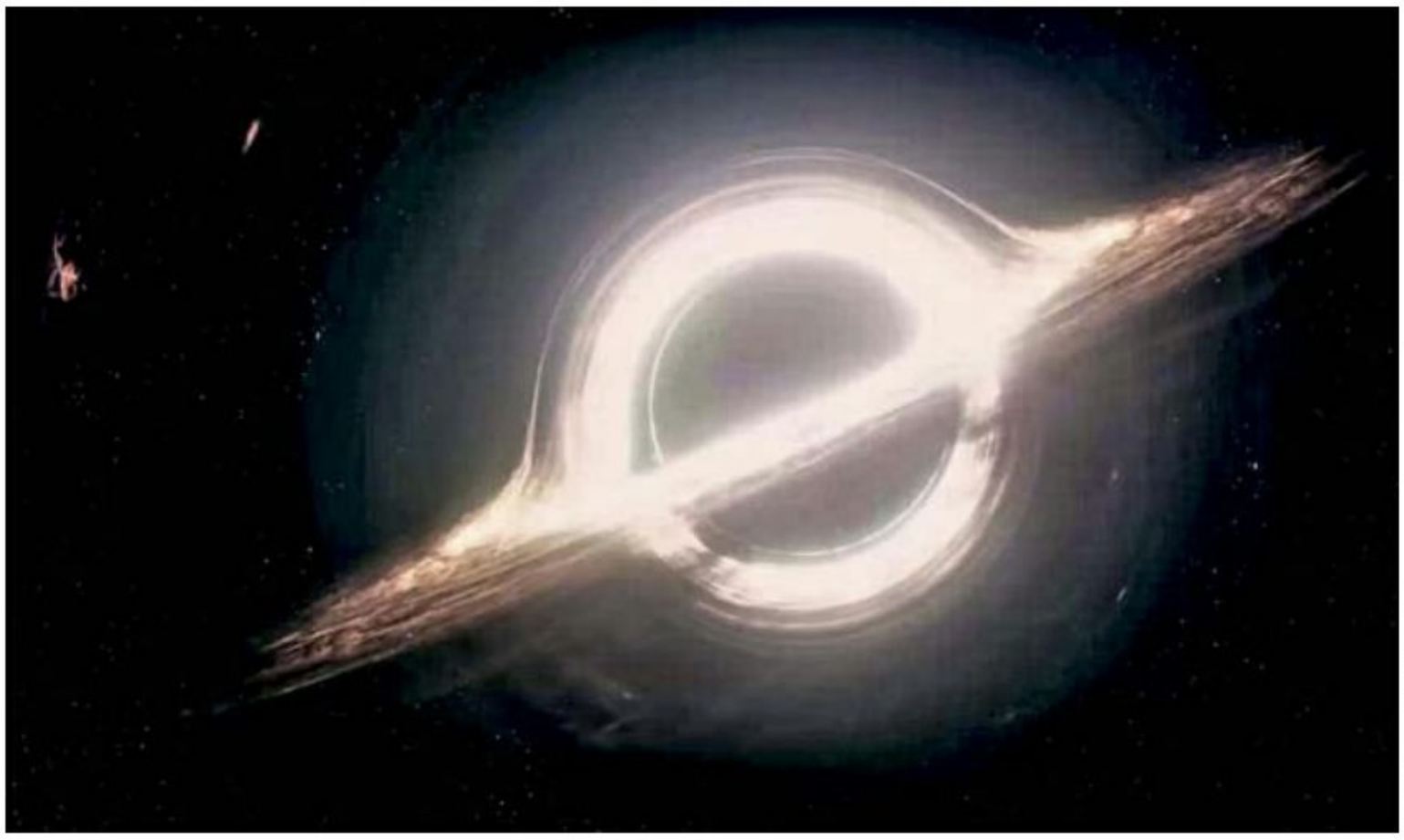
Nombre de réalisateurs fascinés par l'infini ont ouvert, dans leurs films, des brèches spatio-temporelles. Sur Terre comme au ciel...

La caméra explore l'espace-temps

L'éternité, c'est long, surtout vers la fin. » En paraphrasant la phrase rendue célèbre par Woody Allen, on pourrait en dire autant de l'infini (1). Mais celui-ci passe vite quand le film est bon, et le cinéma en est un grand pourvoyeur. D'abord de l'infini des distances : l'espace intersidéral l'incarne dans de nombreux films de science-fiction, explicitement dans la formule « *Espace, frontière de l'infini, vers laquelle voyage notre vaisseau spatial* » qui ouvre dès 1966 les premiers épisodes de la série *Star Trek*, classique de la TV ayant ensuite essaimé au cinéma. Mais la grande affaire des cinéastes demeure le temps. « *La bobine de pellicule qui défile impose une temporalité finie. Pourtant, le cinéma permet d'abolir cette contrainte pour créer une autre perception des durées* », commente Quentin Lazzarotto, réalisateur passionné par les sujets scientifiques (2) et co-créateur, avec l'Institut de mathématiques Henri-Poincaré, du festival de cinéma Univers convergents. Le mètre étalon, c'est évidemment *2001 : l'Odyssée de l'espace*, qui donne au spectateur la sensation d'un voyage s'affranchissant des frontières du temps. Le film de Kubrick n'est pourtant qu'un exemple parmi d'autres. Plus déroutante encore est la proposition d'Alain Resnais avec son *Année dernière à Marienbad,* une expérience unique qui embarque le spectateur dans une boucle temporelle toujours recommencée. Cette œuvre est en première ligne de la liste que nous avons établie pour vérifier que la relativité de l'espace-temps a trouvé avec le 7e art un terrain d'expérimentation aux potentialités… infinies.

OLIVIER LASCAR

1) Allen n'est l'auteur que d'un seul film de SF, *Woody et les robots*. Sorti en 1973, il se déroule 200 ans dans le futur.
2) Par exemple Man Ray et les équations shakespeariennes : https://sciav.fr/manray



COLLECTION CHRISTOPHEL

Le trou noir d'*Interstellar* attire la matière avoisinante. Agrégée en un disque tournoyant, elle se réchauffe et s'illumine.

Interstellar

de Christopher Nolan, 2014, États-Unis/ Royaume-Uni

Ce film co-écrit par l'astrophysicien Kip Thorne, Nobel 2017 de physique, représente le trou noir d'une façon réaliste. En revanche, les entrailles du monstre cosmique, cette *terra incognita* où plonge le héros, est métaphorique : c'est un « tesseract », un cube à 4 dimensions – l'extrapolation d'un cube classique dont les lignes évoluent dans le temps. « *Cela évoque l'Aleph, l'objet mystérieux inventé dans l'une de ses nouvelles par Jorge Luis Borges* », relève Emmanuel Raspiengeas, critique de cinéma à la revue *Positif*. Borges décrit l'Aleph comme « *un point de l'espace où se trouvaient tous les points* » : l'infini mis en cage, comme dans un trou noir.

Contact

de Robert Zemeckis, 1997, États-Unis

C'est un voyage extraordinaire qu'accomplit la scientifique incarnée par Jodie Foster : plus de 25 années-lumière pour rejoindre l'étoile Vega, après que des extraterrestres ont envoyé sur Terre les plans du vaisseau capable d'un tel périple. La traversée s'opère au sein d'un « système de tunnels » évocateurs de trous de ver, cette sorte de raccourci dans l'espace-temps. Mais comment restituer l'éblouissement de l'exploratrice ? Visuellement, par l'emploi d'images générées par ordinateur, dont le cinéma américain de la fin des années 1990 fait un usage immodéré. Et par les dialogues : « *Ce que je vois est de la poésie*, souffle Jodie Foster. *Ils auraient dû envoyer un poète.* »

COLLECTION CHRISTOPHEL/ WARNER BROS.

Le film est tiré du roman éponyme de l'astronome américain Carl Sagan, célèbre pour ses ouvrages de vulgarisation.

Cherchez l'erreur entre les ombres… Cette réalité altérée, prisonnière d'un luxueux quoiqu'angoissant hôtel, évoque furieusement celle du *Shining* de Kubrick (1980).

COLLECTION CHRISTOPHEL / COCINOR

L'année dernière à Marienbad

d'Alain Resnais, 1961, France/Italie/Allemagne/Autriche

Une expérience radicale, même soixante ans après sa sortie. L'infini temporel se love dans les couloirs d'un immense et luxueux hôtel où s'égare la caméra. Ce labyrinthe où des miroirs réfléchissent d'autres miroirs est un lieu d'errance pour des clients fantomatiques, échangeant des répliques qui reviennent en boucle. Un couple se détache : l'homme essaie de convaincre la femme de tenir la promesse qu'elle lui a faite, l'année dernière, peut-être à Marienbad, de tout quitter pour lui. Vivent-ils un rêve éveillé ? Ou des réalités disjointes, comme le suggère l'image emblématique du film ? On y voit l'immense parc de l'hôtel, une esplanade ponctuée de quelques silhouettes, celles des pensionnaires : leur ombre portée s'étire au sol, tandis que les arbres et les statues placés en périphérie en sont, eux, dépourvus. Un non-sens solaire, comme une porte ouverte sur la possibilité de mondes parallèles.

COLLECTION CHRISTOPHEL / COLUMBIA PICTURES CORPORATION/

Le labyrinthe aux miroirs comme un théâtre d'illusions : depuis la mémorable mise en scène d'Orson Welles, il a été revu dans d'innombrables films et séries, comme récemment *Watchmen* sur HBO.

La Dame de Shanghai

d'Orson Welles, 1947, États-Unis

Une image marquante : le visage d'une Rita Hayworth blonde reflété à l'infini dans le labyrinthe de miroirs d'une fête foraine, avant un règlement de comptes à coups de revolver. Mais qui viser quand tout n'est qu'illusion ? Pareille mise en abyme *« avait déjà été employée par Chaplin dans* Le Cirque *en 1928 »*, note le critique Emmanuel Raspiengeas : elle sied parfaitement à Welles, maître de la mystification. La panique semée par son adaptation radio de la *Guerre des mondes*, neuf ans plus tôt, est légendaire. *« Une histoire largement exagérée*, s'amuse le journaliste, *qui a été amplifiée au fur des années… y compris par Welles. »* Incorrigible !

Star Wars

créé par George Lucas en 1977, États-Unis

La trilogie initiale (1977-1983, épisodes 4, 5 et 6) et la « prélogie » (1999-2002, épisodes 1, 2 et 3) forment un ruban de Möbius scénaristique, une boucle perpétuelle. Mieux vaut commencer par regarder les films tournés en premier (sans quoi certains coups de théâtre, tel le *« Je suis ton père »*, perdent de leur effet !), puis remonter le temps pour aller aux sources de l'intrigue. Celle-ci terminée, on a envie de revoir la première trilogie. Et ainsi de suite… Sous l'égide de son créateur George Lucas, *Star Wars* est l'histoire de la chute et de la rédemption de Dark Vador. Mais le démiurge barbu a ensuite vendu les droits de sa saga à la multinationale Disney : la souris a accouché d'épisodes 7, 8 et 9 qui cassent la cohérence. Le ruban est déchiré.

COLLECTION CHRISTOPHEL © LUCAS FILM / WALT DISNEY/AFP

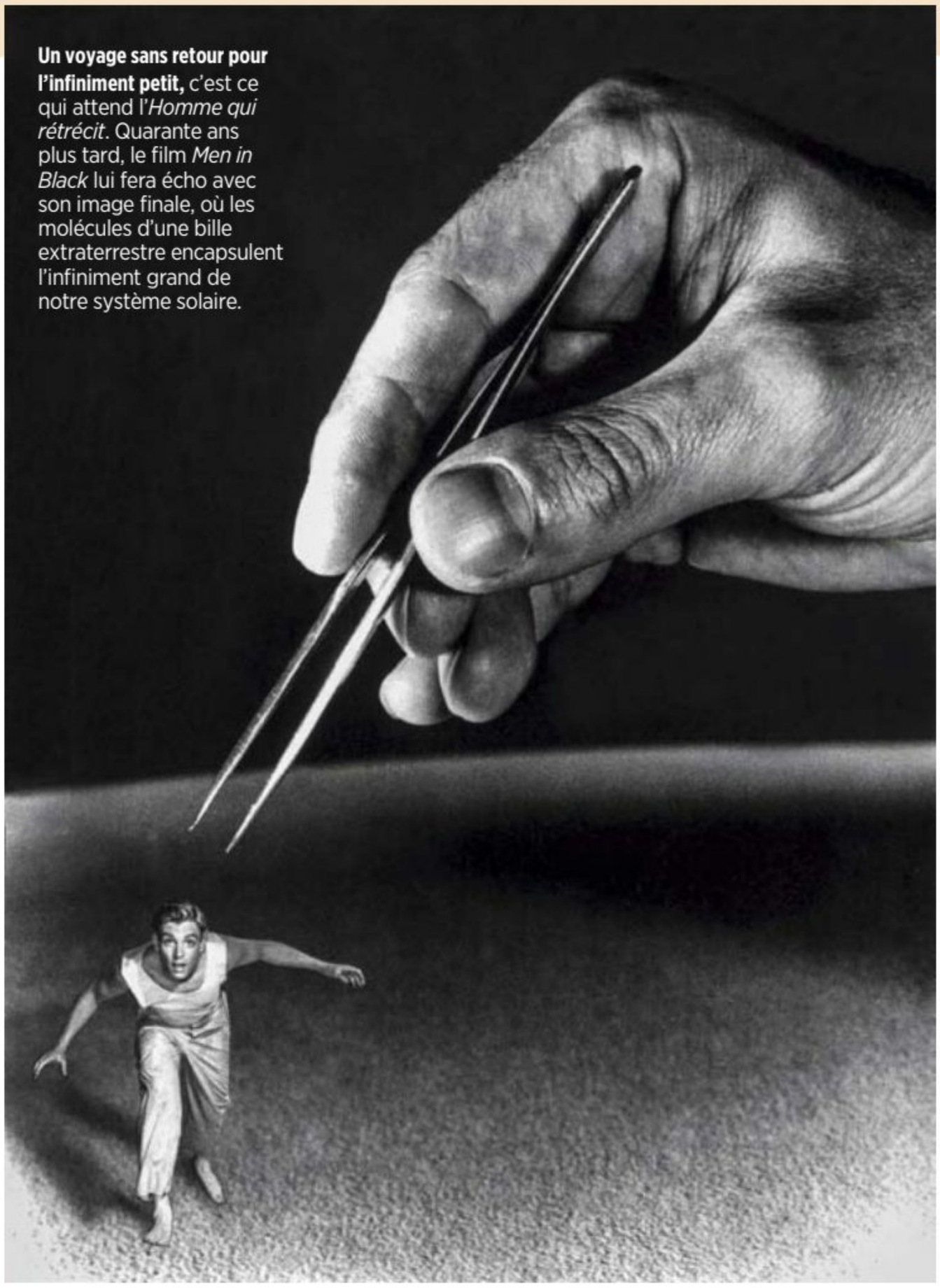
Croisières sidérales

d'André Zwobada, 1942, France

Le film s'ouvre sur un avertissement : s'il est fondé sur une idée *« scientifiquement exacte »*, les auteurs ont pris *« de grandes libertés [...] en ce qui concerne les vitesses et les distances auxquelles pourraient jouer les lois de relativité »*. Quoique proche du navet, il est passionnant par son ambition SF (une rareté pour le cinéma français). Une scientifique et son assistant entament une expédition dans la stratosphère à bord d'un ballon. Mais à 15 000 mètres d'altitude, le nigaud ouvre un hublot pour jeter son mégot... C'est l'accident : le duo se perd quinze jours dans l'espace. À son retour – miraculeux – sur Terre... vingt-cinq ans se sont écoulés ! Les « croisières sidérales » sont nées, qu'un entrepreneur décide de commercialiser pour *« vendre du temps au mètre »*. Elles offrent un plan de notre planète vue depuis l'espace : une charmante maquette pour un effet spécial désuet, plus de vingt ans avant que les astronautes d'Apollo 11 puissent se pâmer devant le *overview effect*.

COLLECTION CHRISTOPHEL

En route pour la stratosphère ! À bord du ballon, Julien Carette, l'un des acteurs fétiches de Jean Renoir.



COLLECTION CHRISTOPHEL © UNIVERSAL INTERNATIONAL PICTURES

Un voyage sans retour pour l'infiniment petit, c'est ce qui attend l'*Homme qui rétrécit*. Quarante ans plus tard, le film *Men in Black* lui fera écho avec son image finale, où les molécules d'une bille extraterrestre encapsulent l'infiniment grand de notre système solaire.

L'Homme qui rétrécit

de Jack Arnold, 1957, États-Unis

Après une expérience scientifique ratée, un homme devient de plus en plus petit. S'en suit une série d'aventures où il est confronté au gigantisme d'un environnement quotidien désormais hostile – on le voit affronter un chat, puis une araignée devenus monstrueux pour le lilliputien. La fin du film ouvre une perspective vertigineuse : le héros, continuant à rapetisser, comprend qu'il va atteindre des dimensions moléculaires. Il n'a pas d'autre choix que de devenir un explorateur de l'infiniment petit. L'adaptation d'un roman de Richard Matheson, immense romancier de science-fiction.

Un jour sans fin

de Harold Ramis, 1993, États-Unis

Tel un Sisyphe de télé câblée, le présentateur météo joué par Bill Murray revit sempiternellement la même journée, alors qu'il est en déplacement dans une petite ville pour y couvrir le « jour de la marmotte » (*groundhog day*, une charmante coutume locale et le titre original du film). Cette brèche spatio-temporelle est le moteur d'une comédie métaphysique qui interroge la vacuité du quotidien, le piège de la routine, le vertige de l'humain à vivre une vie où tous les jours se ressemblent. Bref, c'est Godot qui rencontre *SOS Fantômes* (dont Ramis et Murray sont deux vétérans).

COLUMBIA / THE KOBAL COLLECTION / AURIMAGES

Coincé dans un jour sans fin, Bill Murray commence à adopter d'étranges comportements, sous les yeux médusés d'Andie MacDowell.

2001, l'Odyssée de l'espace

de Stanley Kubrick, 1968, États-Unis

Dans la région de Jupiter, l'astronaute Bowman est aspiré par un vortex. Il accomplit alors une vertigineuse plongée dans l'espace et le temps. Au terme de ce voyage, il se rencontre lui-même à l'état de vieillard et de fœtus. *2001* peut être vu comme la mise en scène d'un temps cyclique, qui revient infiniment sur lui-même. Par ailleurs, il est tendant d'établir une filiation entre le vortex de Kubrick, une perspective défilante et colorée, et « l'hyperespace » de la saga *Star Wars* : les points lumineux des étoiles y sont prolongés en traits pour appuyer l'idée d'un défilement à une vitesse impossible, au-delà de celle de la lumière.

La version vieillie de lui-même que rencontre Dave (Keir Dullea) au bout de son voyage intersidéral.

Et aussi

La Planète des singes

La dépouille de la statue de la Liberté gisant sur une plage incarne le temps passé, irréversible. Le film est tiré de l'ouvrage du même nom du Français Pierre Boulle, publié cinq ans plus tôt.
Franklin Schaffner, 1968, États-Unis

Toy Story

« Vers l'infini et au-delà ! », tel est le leitmotiv du joujou astronaute Buzz dit L'Éclair, désormais plus populaire que son homonyme, un certain deuxième homme à avoir marché sur la Lune.
John Lasseter, 1995, États-Unis

Star Trek

À l'origine, la voix off du générique annonce que la mission spatiale – *« avancer vers l'inconnu au mépris du danger »* – doit durer cinq ans. Son bail a été prolongé : le dernier avatar en date, la série Picard, est sorti l'année dernière sur la plateforme vidéo d'Amazon. Un succès sans fin.
Créé par Gene Roddenberry en 1966, États-Unis

NATACHA VAS-DEYRES
Enseignante et chercheuse à l'université Bordeaux Montaigne

« La SF met en scène les découvertes de la science et leur impact »

Comment la littérature de science-fiction aborde-t-elle l'infini ?
Les théories de la physique, comme la relativité générale d'Einstein en 1915 et la physique quantique initiée par Louis de Broglie dès 1925, bouleversent les notions d'infiniment grand et petit. Cette révolution conceptuelle se propage à la philosophie, à l'art sous toutes ses formes… La science-fiction va mettre en scène ces découvertes mais aussi leurs conséquences métaphysiques et philosophiques. Elle interroge par exemple la place du corps humain dans son rapport au monde des particules élémentaires, avec des œuvres comme *La Chute dans le néant*, de Marc Wersinger (1947), où un jeune savant devient accidentellement plus petit que les atomes. Elle rend aussi compte de notre fascination et de notre malaise face à l'immensité de l'Univers. Le genre du *space opera* l'illustre, avec des œuvres comme *Fondation*, d'Isaac Asimov (1951), ou, plus récemment, *Hypérion* de Dan Simmons (1989).

L'infiniment grand, c'est l'immensité de l'Univers, mais aussi les univers parallèles, le multivers aux propriétés étranges…
Emmanuel Levinas propose cette définition de l'infini : « *la propriété de certains contenus offerts à la pensée de s'étendre au-delà de toutes limites* ». Ce pourrait être aussi une définition pertinente de la science-fiction de la seconde partie du XXe siècle. Je pense par exemple au cycle des *Princes d'Ambre*, de Roger Zelazny (1970), où le héros a la possibilité de se déplacer dans des mondes parallèles… Ou à *La Forêt des Mythagos*, de Robert Holdstock (1984). Concernant le multivers, *L'Univers en folie*, de Fredric Brown (1949), en donne une version parodique très drôle. En bande dessinée, Marc-Antoine Mathieu a exploré l'infini spatial, les dimensions parallèles et le récit sans fin avec des œuvres comme *Le Processus* (1993), *Le Début de la fin* (1995), *Les Sous-Sols du révolu* (2006). Et n'oublions pas les manga, avec la série *Dragon Ball Multiverse*.

La relativité générale fait du temps une notion presque flexible. Comment la SF s'en est-elle servie ?
H.G. Wells se déplace déjà dans le temps avec *La Machine à explorer le temps* (1895), mais c'est un temps borné par l'évolution du Soleil qui finira par détruire la Terre. Ses successeurs vont s'affranchir de cette linéarité pour explorer un temps cyclique, sans fin. Le paradoxe du grand-père (« Je voyage dans le temps et je tue mon grand-père, donc je ne peux pas naître, donc je n'ai pas tué mon grand-père, donc je nais… ») est illustré par exemple par *Le Voyageur imprudent* de Barjavel (1944) ou *Voici l'homme* de Michael Moorcock (1969), où le héros devient le Christ après avoir découvert que ce dernier n'a jamais existé.
Autre approche intéressante : le voyage temporel dans l'infini de la conscience, ou « éternité suggestive ». C'est le thème d'*Ubik*, de Philip K. Dick (1969), ou du *Temps incertain* (1973) de Michel Jeury. Dans ces livres, le temps se déporte au niveau de la conscience des personnages, ce qui mène à une abolition de la mort. Car si votre conscience peut étirer une seconde à l'infini, vous vivez éternellement…

PROPOS RECUEILLIS PAR FABRICE NICOT

ÉNIGMES

1- La lampe qui rend fou

Mathématiquement, il existe une infinité d'étapes, et tout état allumé étant suivi d'un état éteint (et inversement), il n'y a pas de réponse. Tout comme si on demandait quel est le nombre réel qui vient après 1 : est-ce 1,1 ? ou 1,01 ? ou 1,001 ? ou 1,0001 ? etc. Physiquement, chaque allumage et chaque extinction prenant un peu de temps, le nombre d'étapes ne sera pas infini, si bien que l'expérience ne pourra pas respecter l'énoncé.

2- Boîte à balles

Physiquement, dans la mesure où chaque geste prend du temps, le problème s'apparente à celui de la lampe qui rend fou. Mathématiquement, pour éviter cet écueil, on peut éliminer l'horloge et procéder comme ceci : après avoir introduit les balles 1 à 10, je retire la 1 et j'ajoute les 11 à 20, puis je retire la 2, etc. Comme il y a une infinité d'étapes, quel que soit le n°*n* de la balle, elle sera retirée de la boîte à l'étape *n*. La boîte sera donc vide. Cependant, le problème change si l'énoncé ne dit pas quel numéro je retire. Dans ce cas, je peux décider de ne pas retirer le n° 1, comme je peux décider de ne pas retirer tels numéros particuliers… La boîte contiendra donc autant de balles que je veux, voire une infinité si je décide par exemple de ne pas retirer les numéros pairs. Mais réfléchissez à ce problème si les balles ne sont pas numérotées…

3- Panique à l'hôtel Infini

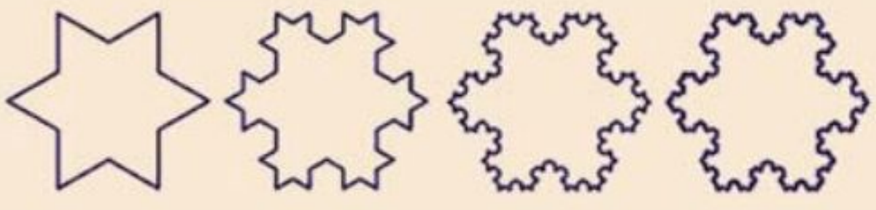
Si le client de la chambre *n* occupe la chambre *n*+1, la chambre n° 1 sera libérée pour le nouveau touriste *(lire aussi l'encadré p. 44).*

4- Désormais, le client de la chambre numéro *n* occupera la chambre numéro 2*n*. Toutes les chambres dont le numéro est impair seront ainsi libérées pour accueillir la vague infinie de touristes.

5- Là encore, le client de la chambre numéro *n* occupera la chambre numéro 2*n*. Les touristes du car 1 iront dans les chambres correspondant aux puissances du premier nombre premier après 2, soit 3 : le premier touriste de ce car ira dans 3, le deuxième dans 9, le troisième dans 27…, ceux du car 2 iront dans les chambres correspondant aux puissances du deuxième nombre premier, soit 5 (5, 25, 125…)… Les touristes du car P iront dans les chambres dont les numéros correspondent aux puissances du *P*ième nombre premier après 2.

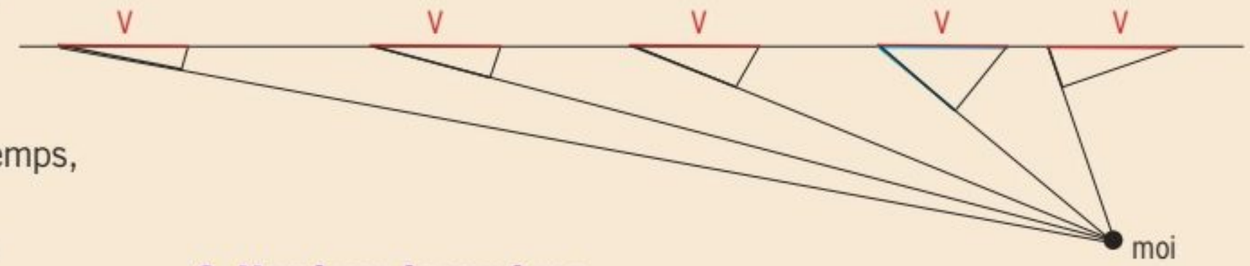
6- Frontière sans limite

En procédant à l'infini comme indiqué sur les quatre premières étapes ci-dessous, on obtient un périmètre infini, le périmètre croissant dans un rapport 4/3 à chaque étape, mais délimitant une surface d'aire finie.



7- L'effet Doppler survit-il à l'infini ?

Faux, jamais le son ne devient de plus en plus aigu. Durant l'approche, le son perçu est plus aigu (que le son de la voiture), mais de moins en moins, car à mesure que la voiture s'approche, la projection de sa vitesse sur la droite qui nous joint devient de plus en plus petite (pas de plus en plus grande).



8- Nombres de nombres

À chaque nombre entier à gauche, associons un « nombre partenaire » au choix situé entre 0 et 1 comme ci-dessous.

1 0,**2**740956342…
2 0,5**8**80988123…
3 0,34**2**5679817…
4 0,789**6**423549… etc.

Écrivons à présent un nombre situé entre 0 et 1 respectant la règle suivante. Son premier chiffre après la virgule doit être différent du premier chiffre après la virgule du partenaire de 1 (2), son deuxième chiffre après la virgule doit être différent du deuxième chiffre après la virgule du partenaire de 2 (8)… son *n*ième chiffre après la virgule doit être différent du *n*ième chiffre après la virgule du partenaire de *n*. Les nombres ainsi construits – par exemple 0,3439… – ne figurent pas dans la liste de droite et n'ont donc aucun partenaire entier, et sont en nombre infini. Il y a donc davantage de nombres réels entre 0 et 1 qu'il n'y a de nombres entiers *(lire aussi p. 43, la diagonale de Cantor)*.

9- La trompette du peintre

Le volume V étant fini, il suffit de déverser dans la trompette ce volume V de peinture qui remplira la trompette et donc aussi toute sa surface.

10- Ciblé, touché !

Si l'on répond 0, la somme de toutes les probabilités pour toucher un point quelconque sera égale à la somme d'une infinité de zéros (donc 0), ce qui voudra dire que la probabilité de toucher la cible vaut 0. Pourtant, elle vaut 1. Si on répond P > 0, la somme de l'infinité de termes dépassera 1, alors qu'une probabilité ne peut pas dépasser 1. Le problème vient du fait qu'on ne peut pas associer une probabilité à un point.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	C	I	N	E	T	I	Q	U	E
2	U	N	I	■	I	N	U	L	■
3	N	E	■	E	N	F	A	N	T
4	E	X	■	P	E	I	N	A	S
5	G	A	C	■	S	N	T	I	E
6	E	C	H	U	■	I	A	R	T
7	O	T	A	R	I	E	■	E	S
8	I	E	P	E	R	■	M	■	E
9	S	S	E	■	M	O	U	E	S

Mots croisés n° 1

	A	B	C	D	E	F
1	O	M	E	G	A	■
2	S	A	I	N	E	■
3	I	G	N	O	R	E
4	E	N	S	U	I	T
5	R	U	T	■	E	R
6	S	M	E	■	N	E

Mots croisés n° 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	I	N	F	I	N	I	T	E	S	I	M	A	L
2	D	O	R	M	E	■	R	I	B	O	U	L	E
3	O	T	A	■	U	R	A	N	I	D	E	■	■
4	L	E	C	Y	R	E	C	S	■	E	T	A	T
5	A	R	A	G	O	N	I	T	E	■	■	S	R
6	T	A	S	■	L	O	■	E	X	A	C	T	E
7	R	■	■	S	O	U	R	I	■	M	A	R	S
8	E	T	■	A	G	E	■	N	A	I	N	E	S
9	R	O	G	N	U	R	E	■	I	N	T	■	E
10	A	G	I	T	E	■	S	Y	N	C	O	P	E
11	S	E	M	E	S	T	R	E	■	I	R	I	S

Mots croisés n° 3

QUAND

VOUS REFERMEZ

UN

UNE NOUVELLE VIE

S'OUVRE À LUI.

EN TRIANT VOS JOURNAUX,
MAGAZINES, CARNETS, ENVELOPPES,
PROSPECTUS ET TOUS VOS AUTRES
PAPIERS, VOUS AGISSEZ POUR UN MONDE
PLUS DURABLE. DONNONS ENSEMBLE
UNE NOUVELLE VIE À NOS PRODUITS.

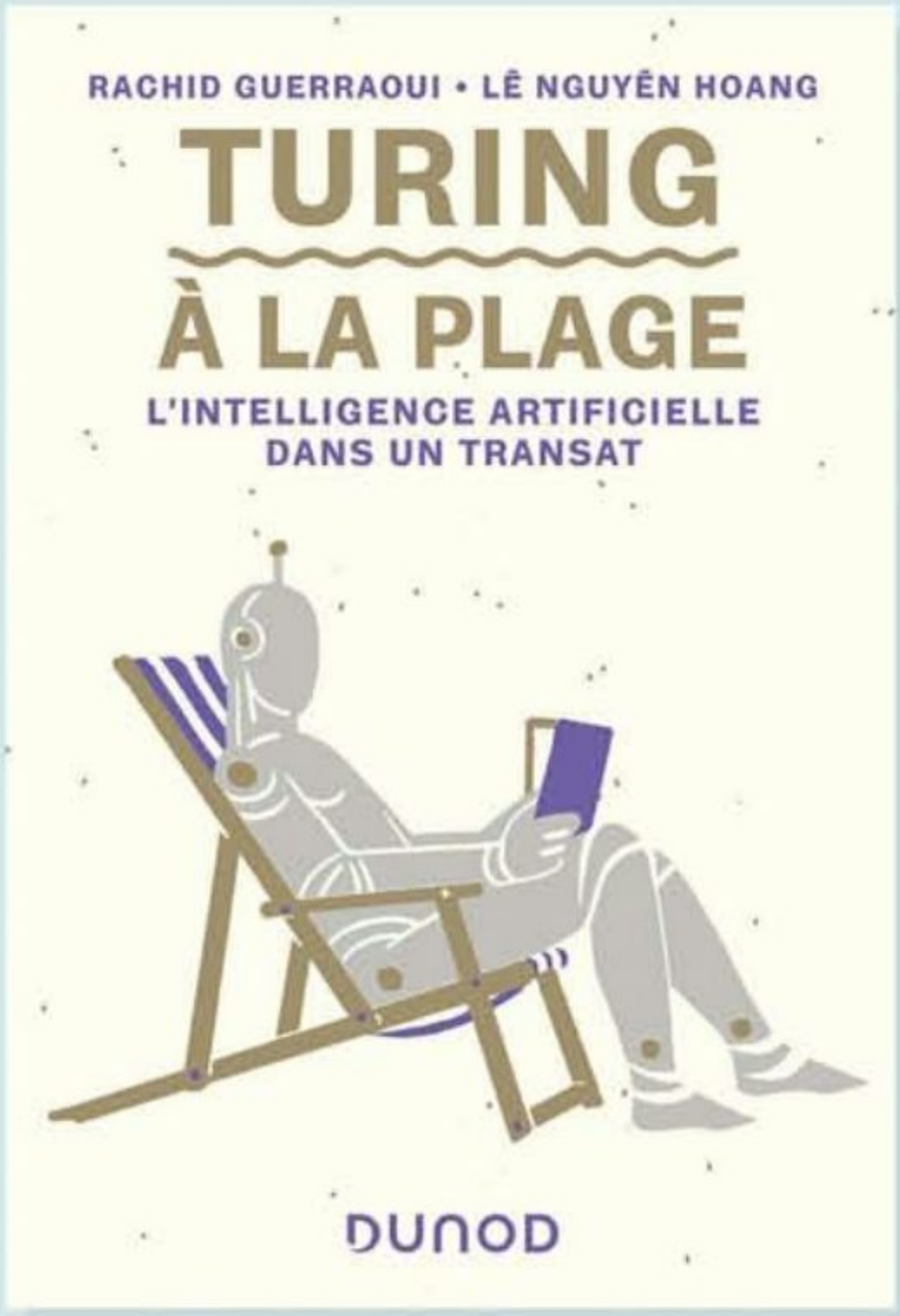
CONSIGNESDETRI.FR

CITEO

Le nouveau nom d'Eco-Emballages et Ecofolio

À LA PLAGE

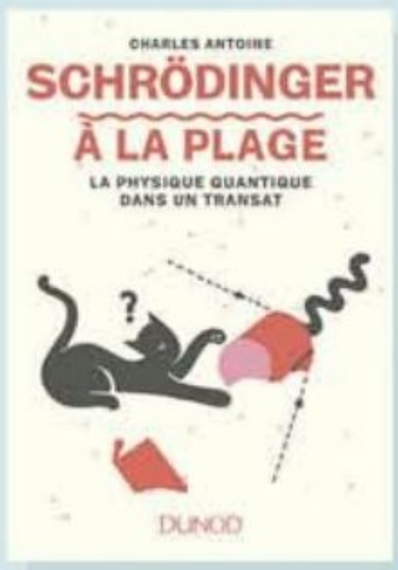
DEUX NOUVEAUTÉS EN LIBRAIRIE LE 10 JUIN



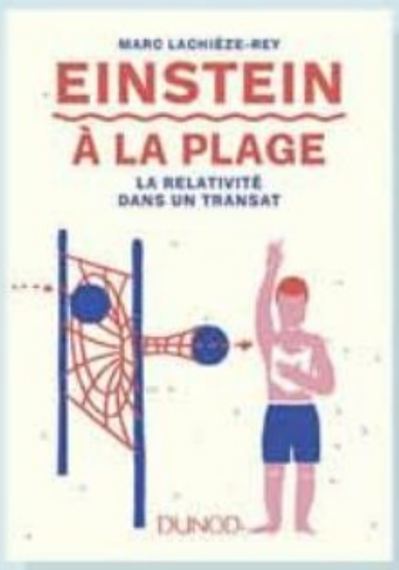
9782100795550

9782100795574

DANS LA MÊME COLLECTION



9782100772896



9782100763399

9782100758593

Le Tote Bag
À LA PLAGE
OFFERT
EN LIBRAIRIE
pour l'achat d'un livre
de la collection*

*Dans la limite des stocks disponibles

PRIX UNITAIRE : 15,90€

DUNOD
une page d'avance